Ecuaciones diferenciales makarenko s

1. EJERCICIOS Y PROBLEMAS DE DIFERENCIALES ORDINARIOS SOLUCIONA A. KISELION - M. KRSNOV - G. MAKARENKO EDUARDO ESPINOZA LIMA - PERÚ WWW.MUNDOINDUSTRIAL.NET 2. IMPRIMIR EN PERU Fecha de publicación Copias impresas Edición Edición 0 9 - 0 2 - 2 0 0 1 0 0 0 Libros 3a Edición de Eduardo-Espinosa Ramos Este libro no puede ser reproducido en general o en parte por ningún método gráfico, electrónico o mecánico, incluyendo fotocopia de sistemas, registros magnéticos o de canales de datos, sin el consentimiento explícito del autor y editor. DERECHOS PROTEGIDOS POR D.L. No 822 Copyright Edukperu © 2009 RESERVADO RUC No 20520372122 Ley de Derecho de Autor No. 13714 Realizado un depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú de acuerdo con el número 2007-12593 PROLOGO Este trabajo se llama Ejercicio y los problemas de las ecuaciones diferenciales para resolver desde el libro de Makarenko y otros autores en su 3a edición, ha sido cuidadosamente revisado y ampliado, cubriendo conceptos fundamentales, ecuaciones diferenciales de primer orden y primer grado así como su aplicación, ecuaciones diferenciales lineales de orden n homogéneo y no homogéneo, ecuaciones diferenciales Euler, ecuaciones diferenciales lineales de coeficientes variables, la solución de ecuaciones diferenciales por un número de potencias, sistemas de ecuaciones diferenciales, la solución de ecuaciones diferenciales lineales, el sistema de ecuaciones diferenciales, resuelto por La Transformplace. El objetivo principal de este trabajo es formar a futuros especialistas en ciencia y tecnología, tanto en los aspectos científicos como técnicos de la impresión. Quisiera expresar mi más profundo agradecimiento a mis colegas en matemáticas de varias universidades que han contribuido a este trabajo con sus sugerencias y apoyo. Además, mi especial reconocimiento es el Dr. Pedro Contreras Chamorro, quien en todo momento contribuye a mi trabajo, por lo que el beneficiario es estudiante. Agradezco de antemano vuestro saludo a cada una de mis publicaciones, que surge de vuestro deseo de encontrar ayuda en ellas para su progreso y desarrollo intelectual. Eduardo Espinosa Ramos www.mundoindustrial.net 3. INDEX PAG. Conceptos básicos. Tengo 2 años. Ejercicio. 2 3. La ecuación con la variable separable y las ecuaciones se siembran a ellos 14 4. Homogéneas y reducir ecuaciones para ellos 48 5. Ecuaciones de línea del primer orden y la ecuación Bemoulli 72 6. Ecuaciones diferenciales precisas, Factor de componente 100 7. Ecuaciones diferenciales de primer orden no resueltas para derivados. 130 8. Lagrange y 143 9. La composición de ecuaciones diferenciales de curvas familiares, problemas del Trazado. 154 10. Soluciones singulares 166 11. Diferentes problemas 175 12. Ecuación del diferencial de orden superior, Reducción del orden de la ecuación. 196 13. 210 14. Ecuaciones diferenciales lineales de aproximadamente n 245 www.mundoindustrial.net 4. 15. Ecuaciones lineales homogéneas de coeficientes constantes 16. Ecuaciones lineales noimificadas de coeficientes constantes 17. La ecuación de Euler es 18. Las ecuaciones diferenciales lineales de cuotas variables son 19. La composición de la ecuación diferencial, teniendo en cuenta el sistema fundamental de soluciones 20. Integración de ecuaciones diferenciales utilizando la serie 21. La ecuación diferencial permanente del coeficiente es 22. Reducción del sistema a una ecuación diferencial de aproximadamente n 23. El método operativo y su aplicación para resolver la ecuación diferencial 24. Propiedades de transformación de Laplace 25. Ecuaciones diferenciales de coeficiente constante (con la conversión de Laplace). 26. Sistemas de ecuación diferencial lineal con Laplace Transform 27. App j n'i38U33 i 3b ks' 260 272 333 345 394 396 430 431 454 455 470 489 510 ICONOCEPTOS FUNDAMENTALES! La ecuación diferencial es una ecuación que une la variable x independiente, la función desconocida y y (x) y sus derivados; es decir, es una ecuación de forma. Si la función de incógnito y(x) depende de una variable x independiente, la ecuación diferencial se denomina ecuación diferencial habitual. El orden de la ecuación diferencial es una derivada del orden superior en la ecuación. Esto se denomina la solución de la ecuación diferencial a la función y'/(x) definida en el rango (a, b), junto con sus derivados secuenciales a la orden n inclusive para que cuando se reemplaza y'/ (x) en la ecuación diferencial, se convierte en una identidad relativa a x en el rango (a, b). El gráfico de solución en la ecuación diferencial se denomina curva integral de la ecuación. La forma general de la ecuación del primer orden: F (x,y;f) x 0 Si en la ecuación (1) se puede limpiar u ', resulta; ... (2) Vista de la ecuación de primer orden decidida en relación con la derivada. 1 www.mundoindustrial.net 5. En los siguientes ejercicios, asegúrese de que estas funciones son soluciones a estas ecuaciones diferenciales. S -------, xy'y s eos x solución y - scn s y'x cos's se.n.- 9 reemplazo en esta ecuación. jc-sene sen x 2 cosx-xsenx Sep 2 y v2X - Senx - eos X--------- ------- -- eos X X .. xy'-hy 'cosx 12.' - 'gt'gt's 'ce2jr' - y No 2j 'e' Solution - ce '2jr' - ''y '2c and _2jr - reemplazando en esta ecuación. I lpfii- X ex - -2ce-lx - No 2ce-a No 2 - ex 3 3 y'2y -ex 13.- >>- 2 q l-x 2 , (l-jc 2)y Xy s 2x á y s 2 qv i- q 2 '> y' -ex 2 (l-jr2).y'jrv ' ((l- x 2)-' r x(2 c v l-x2) - V l-x 2cc 'VT V l-J '-x2 (1- j t 2)j'jcv s 2jc 14.- j x V l-x 2, > y'x - 2 x 3 á .y s w l- 2 x > / v l- x 2 - ------ s -T2' V i- 2 V i- 2 r. 5. 1-2jc , S-,----- - s -2 x 3 >y' - JC-2:c3 15.- , , x/->;tg(lnj;) Aresenex j; 'aresener' l' Jl-(cx)2 X c e ' m cx x c y xy - r - s- sg (ln_v) . . . . cx '> lny' arc.sen ex'> tg(lny)' - v h 'F f' 2 16.- ' e J0 dt'ceX > y'-y ' e - x 2cx 2x 3 www.mundoindustrial.net 6. •y ' e' j ' e' 1 d t s e q e ' > y ' e x' e' 2 d t e . • - , y '- y' e x J X e, 2 d t . e q 2 - c e - e - j o e t - c e q-e'1 á '-y - ex';2 f' sen t 17.- y x - s d t , x y á Jo t xsenx á ex Sen t Cx sen i sen x r >sen t . v —xl ------ dt ' y' s I dt +x - Idt+senx y J0 t 7 Jo t X Jo t r* sen t r*sení xy'x(------<*+ senx) x -------dr + xsenx * Jo t Jo t xy'y +x senx te* 18.. v x(— dx +c), xy'-y s xe J x Solution X m?>X y _ J dx + c) s >/ s J — dx +c +e* reemplazando en la ecuación dada. x f s* xy'-y x(í — dx +x +ex) - x (s / dx +c) J x J x ex f ex — dx •+xc + xc —x I ——-dx —xc —xc X J X xy'-y xex 4 X - COS 19.19.- L x+yy' 0.- Soiution ,_ / (O _ eos/ cosí * '(0 seni ' sen/ , eos/ * * s cos/ +sen/(---------) ? cos/-cos/ s 0 sen/ JC+ J> /-0 x s áe t y ' e (l +xy)y'+y2 '0 Solución ... - e á '-r' ' e (1't) -/ ('l 2') (-----------) e'2' - e 2 - e 2' '0'0 0 (1 xy)y'y'y' No 2 0 - rctg (f) 21.- L y q xy'-0 - e-arctg (,)r'jx -esrctg-lt;') 8 (0 x I eX) -x t Solución arctg (/) 1 r !! - e-arctg(/) 1/2 5 www.mundoindustrial.net 7. 22.- 23.- y ' á — á ' e ' 2arct8(') ? > / á _ e - 2arct8(') y + jcy'-arc,8(,) + earct*<')(_e-2arctg(,)) á e arct8(,) - e arctg(,) á 0 y + xy' á 0 x á t ln í y' 2 f> y in — á 4x y á í (21n í + l)j 4 Solución jt á /ln / ?> jcJ á ln f+ 1 y á f2(21n/ + l) á> y á 2f(21n/ + l) + 2f á 4í(ln/ + l) y [a 4 r(ln / + l) á 4? t a 4x 4 4 jc á ln / + sen í y r(l + senO + cosíJ y' ln— á 4x 4 , x á ln v'+senj'' Solución , 1 1+/COS/ x á iní + sen t->x - + cos / á ----------- y á /(l + sení) + cosí . V/ s 1 senl s eos/-sen/sen/s f eos/ 6, 's 1 ícosí_____ ' ----------- IEOSR . . . . lny' seny' x s t - aresen i , x, y - aresen / x ' - aresen' x; 1 1 i (i / 1 't' y'y' aresen y' y' y' 'y aresen/ x s t 2 'er 2' 3 'y' - q - 'y qey' x 'www.mundoindustrial.net 8. x t 2 'e' x '2t q e'3 s - y - q (' (3-л)e ' 't(2t e') , и t(2t'e') , , y ' - —---- — - ' / > / x 2t e' и '2'ey' t2 'el x y'2'ey x Проверить, что функции, данные являются общими дифференциальными решениями, указанными. уравнения 26.- y ' -------, y'-tgx.y '0 cosx Решение и -------y's csec x. tg x , заменив в уравнении cosx y'-tg x.y 'csecx.tgx-tgx.------' c.secx.tgx-csecx.tg.t' 0 cosx y-tg x . . . . ——— . . . . , и экс-у Решение у - ln (c'ex)-t> и '---------, плюс y-ln (c e ex)->c й ex-ey c'ex e x ex y'-.---------- -- ---- -e '-' -> -,---------- -- ---- - и ce ex ey 29.- y -Jx2 -e x , (x2 и y 2)d x -2 x y d -0 Решение y s 4 и 2 - ex '> dy' - rl : . c dx x 1 -e x (2x-c)dx-2-Jx2 -cxdy x 0 , '2x2 -xc)dx-2xydy x 0 (x2 - x x 2)dx-2xydy x 0 ' ' x2)dx-2xydy x 0 30.- j x (c-ln-j:- , (x - y) dx x dy No 0 - y x (c-lnjxj) dy (c-vx)dx-dx xdy x (c-n jfy d x-x, No va a ser suficiente. y - x-c-lnjx) : x dy s -d x - x x x s 'gt; (x-y)d x x x xdy x 0 31) x y e q/x (ln x-ln) - 9 www.mundoindustrial.net 9. x - y e <y+1 á>n x -n y 'cy ' '> ln'' cy, 'x' e V 'l'> e' 1' - <ye' 1'>jc'l'l'/'1' á ''V' (1 q 0 0 /' (x -ln .y)y 1 '(ln jc-ln y))/ s: y' - x (ln x -ln y >>) 32) / (.. . . V - y y y h 'f) - y 'y' y 'y' y '------------------------ '------------------------ '0' - ---—— ' y-xy'-y' 0' (x q) y ' ' '4' (x, y, x 0, 'y', '' No va a ser suficiente. No va a ser la última vez que te guste. Проблема решения или интеграции дифференциального уравнения заключается в том, чтобы найти общее или комплексное решение дифференцированного уравнения, которое также рассматривается, если были также даны какие-либо первоначальные условия, то ему также предлагается найти конкретное решение или конкретный интеграл, satisfactorio el estado original para el que se está llevando a conocer. Como coordenadas geométricas x e y equipont, además de la ecuación - f (x,y) la ecuación también se considera una ecuación - - q dx dy f(x,y) 10 (omprobar if, qlt; zgt; zgt;y'1'gt; dadas las relaciones son inherentes a las ecuaciones diferenciales especificadas o no (c x constante jty'l' ey decision e'y- e- --------- ---------- e-e- -) n _v, _v . ------------ ------------ x 0 '> -x e yyy - e y '1 ' 0 x xy' l-ey ' 0'> xy'l'l' ey , на 3 1 c 2 j 3 f dx q4) y, xy dy qy dx ' - X X или X Solution >> 3 ' - 'r- '> x 3y 3 - x 2'c , дифференциация у вас есть: x x 3 3x2y 3dx 3x3y 2d и -2 x d x x 0 0 > xy2dx x 2ydy x 3, и тогда это не является неотъемлемой частью уравнения. 35) x3 - 4 x 2y' 2 x y2 - y 3 x 0, (3x2 -8xy - 2 и 2)dx-(4x2 -4xy - 3y2)dy x 0 Решение x3 -4x 2 и No2xy2 - и 3 x 0 , дифференциация у вас есть: 3x2dx - Sxydx - 4x 2dy 2 и 2dx 4xydy - 3y2dy - 0 11 www.mundoindustrial.net 10. (3x2 - i x и No2 y2) d x - x 2 -4 x и No3y2)dy - O Если он является неотъемлемой частью дифференциального уравнения. 36) и 2 '2cx - c2y y'2'2'2xy'x No1 Решение и 2 q 2cx s c2 x > c x x ± tJx 2 No 2 дрейфующих у вас есть: 0 x 1±-M-> <Jx2 += y= 2=±(x

+yy')= j= x= 2= += y= 2= x= 2= += y= 2=x 2= +2xyy'+2y'2= de= donde= y= 2=2xyy'+y2y '2= no= es= integral= de= la= ecuación= diferencial.= 37)= arctg—= n(cjx2= += y= 2)=0, (x= += y)d= x-= (x-y)d= y=0 x= solución= arctg~= = lnc= j= x= 2= += y= 2=0 2= ,= diferenciando= se= tiene:= x= xdy= -= ydx= x= 2= c. (xdx= +ydy)= ^= |= y= 2= j= x= 2= += y= 2= .c= ;j= x= 2= +y= x= 2= xdy= -= ydx= xdx= += ydy=0 ,= simplificando= x= 2= += y= 2= x= 2= += y= 2= 2=0 de= donde= xdy-ydx= -= xdx-ydy=0 (x= -= y)dy= -= (x= +y)dx=0 entonces= (x= += ^=)= á= r= -= (= x= -=></Jx2> y)rfy= si= es= integral= de= la= ecuación= diferencial.=2xy'+yy'2 0= 12= 38)= x=yj^ sent2d= t,= ^=Ay'+y2 senjc2= solución= x=y ;= seni2dt=> отправлено 2dt -, откуда 2dt= x(yj0sen12' "y'J'sen2dt y sen x 2, заменив вас: l'y .y s e n x 2'> y'xy'y2 senx2 Если это является неотъемлемой частью дифференциального уравнения. Cx сен t 39) —— d q - y n y , xy'xiny x senx ylny Solution f'senr f'senr y ln v x -- dt 'y n' и '> ------di'-------- J do t X cx sen t cx sen t J xJo —— dt w ln u >--tf и sen x'v y y , заменив у вас: y ln y - ---lnsenx - (lny s l)y' '> y ln y = ln x senx ' x(ny l)y' Это не является неотъемлемой частью дифференциального уравнения. 13. www.mundoindustrial.net 11. EQUATIONS WITH SEPARABLE VARIABLE AND REDUCIBLE EQUATIONS TO THEM dy Если в обычном дифференциальном уравнении первого порядка и первого класса - s g(x, y) dx сводится к форме: где M является функцией, известной только d под названием Ecm общее решение получено M(x)dx n(y)dy s 0 le x, и N является дифференциальной функцией Ordin прямой интеграции, это Con только от y, к этому уравнению быть аппия переменной separable и lecir: j M (x)dx и J'N (y)dy ' c Где с любая константа. Дифференциальные уравнение формы: - s f(a x q) dx, где a, b, c являются постоянными, сводится к уравнению с отдельной переменной, делая замену z x ax - на q c. Интегрируйте уравнения: 81) (y 2)dx - x 2)dy s 0 Решение (1 и 2)dx (1x 2)dy s 0, разделяющее переменную dx dy . , ----- ---------- - ---------- 0 интеграция 1 x x 2 14 f dx f dy J7 7 r</y)rfy> r</y)rfy> á) á (l-xy) tgA tgB 1-tgA.tgB 82) (l qy 2)dx'xydy s 0 á (1 q y)dx xydy . Разделение переменной. dx - dy? - ------- 0 á lnx - ln (fv) s A: X l. 2 x 2 21nx ln (l. 2;'2) .2k á, á ln x2 (l qy 2)?? y 2 'xy2)y'x2 - y x 2 x 0 á (y 2'xy2)y'x2 - y x 2 x 0 , á x 1 (x) - x 2 (l - y) s 0. Разделение переменной. - s 0 , á: f ± q , c 1 - y 1'x j 1- y i 1' X (x - y) (x - y - 2) - 21n- y l x 1- y >. • 15 www.mundoindustrial.net 12. 84) (1'y 2)dx xdy Решение (1 и 2)dx xdy, разделяющее переменные dx dy - s ------ y , интегрируя ln xk ' arctg и x 1 qy x y s tg (ln(fcc)) 85) x j l 'y2 yy'y'yfl x 2 x 0 Решение x s y 2 y'l x 2 ' 0 . Разделение переменных. xdx ydy r+ -jrr-r s 0 , integrando Vl + * 2 + y 2 r _ x d x _ + (_ y _ s c dedonde + - c 86)x - J l - y 2dx +y j l - x 2dy x 0 , x s x s 0 s 1 Solución X i j l - y 2dx +j y separando las variables ydy r xdx c ydyxdx ydy c xdx c yd - .

. . . . y 1 >2 • c 16 V i- * 2 + V i-.v 2 ' i 87) < r'(l + /) ? I Solución e - * (i+ /) > > .

separando las variables, —— -- ' d: dx ey -1 t dy c c e ydy i' l ' i dx+c '> J T 7 7 7 ' +A : ln (l- e) s x'A: > l - e - ' - e V . ex'(1 - 0 88) >>ln.x> ;'r?' y '0' , x'1 ' 1 ' y ln y dx x dy ' O, разделяющее dx dy . . c dx r dy ---- 1--------' O, ----- v i ------- s k x y n y á x J yin y ln (x ln (>>)) k '> xln á y'c á ln' - x '1' y s 1'> l'ec'> c' o x ln y' O'> lny' O'> '1', '11', '"" o " e' - L (l - e-y) "> lny (lny) ' k '>> y' e x www.mundoindustrial.net 13. 89) "(> O, a) "dy ' - x y a x.ay, разделяющее 'dx a'yd y - xdx ' > xd x - ydy ' (2) dy-2x (?)dx - 0 á ey y (1 x 2) dy - 2x(l qey)dx - 0 . Разделение переменных. eydy 2xdx f eydy r 2xdx ---------------------- x 0 , ------7 - -------7o, a 1 j 2 J l'ey J 1'x 2 l'n (l sey)-ln (l s s s 2) . l ey , l ey ln-------T ? k '> -------t'-c 1 x 1 1 l'c(l s 2) 91) (l q ex)yy'- ey , yx-0 - 0- dy (1'ex)y - . dx r _v , c dx - c: ye ydy ' -------- ' f'ye ydy' - el 'ex J J 1' (1 q)y ' ln , q 1 - x 18 - (e2xdx - ey ydy) - ((1 y)d 0 , 92) (1 -2) (e2xdx - eydy) - (1 y)dy s 0 e 2xdx - dy s 2xdx 0 , ' l's 2 j e2xdx-jeyd y - J Y' T dy e2x - e y -a t t rcg y -l-l No 2 x c 93) (xv2 - 2 qx-l)dx (x2y - 2xy 2 q2y - 2x - 2)dy - 0 x2jy -2; 7 x 2 2y - 2x á 2)/y s 0 , á y1(-) (x-V'dx'y(x2 - 2x) y s2 -l)(x - q l)(x 2x - 2).dy s0 , á á (x -1)á q 1 , ------------- - -------- dy - o , x 2 x 2 x 7 x 1 á , -- á---- á, •J--2x 2 J - No 1 1 9 1 ? ?-ln (x 2x á 2) -y2 á) - 2 á------> (x2 - 2 x No2) (y2) e2arct8y s c 19 www.mundoindustrial.net 14. 94) y-sen (x-j> ;) , . . dz Sea z s x - y '> - '1- á y' 1----- dx dx Como y'sen (jc-y) á: - 'senz' > 1- senz'-, разделяющая: dx dx dz dz - s 1- sen z'> ------------' d x, á dx 1- sen z" - 'dx q'c'> f (sec2 z tgz.secz)/z's, j 1-se n z J tgz ' á q 'c '> tg (jc-y) - sec (jc-y) q x 95) á Q c, a,b,c á ézy'a ' éz - c '> - 'a q' dx ' - i.- a) á y'- ax q, á by, á ax q, á by, á ax q, á b dx - (- a) - z -> - a 'bz' > - a'bz, разделяющий á b dx dx s dxin ttegrando ---- --- f dx q k , a> z J 0 ?z J'ln (a'> z) ? : .> ln (a bz) ? bx qbk .> > a'bz .

. . . . arctg (- x) q-z a z a y 'x q y s a.tg(-c) 2 97) (l - y) ey y'? - s 0 xn x - (1- y)ey - - - 0 - dx x x x (l - y) dx . ---------- d y ----------- 0 , L x l n x r (l - y) y r d x r (y) y ------------ dy' ----- .c-gt; ; ------ -----dx - c j y x x x J y 2 r e y - J d (-) ln (ln x) - - - - - ln(ln x)? c ey ln (lnx)? - q -21 www.mundoindustrial.net 15. (1- -2)dx (y - J l qy 2)(1 -2)%dy, '98') '(2)(x -y—J No y 2)) (l x 2)'/idy dx - 2 ------ - '-------------------- ---' (1 -2) - 2 f dx , ------- —r s ------------) dy q, J (1) 2)X J l y 2 lrf (7 x r)? l'r h - 'r' (dy'c vi'x 1'' V1' - l 'f'y'y 2 J - x 2 _y - jU - 2 - c i jty2 (V O s 02 - dz x x ----- z2 Sea z s xy s 'y' - 'gt; y' - - - - 'x' 2 (xy' qy) - '2, 'z X dz x X -------- ZH----- de xx a, 'z X z 2dz - 2xdx , '2xdx': 22'3 2'X2' 3 '%2 2 i - -------- q c--gt; 2x - 3-x s 3 2 2 ' 100) (x2y 2) dx 2x 2x 2dy x 0 '0 z', xdz - zdx Sea z s xy s 'y/ dy x ------ ------ x x x 2 (x2y 2 q1) 2x2dy x 0 , (z2 l)dx и > >... , интеграция 2x (з-л)2 1-м x ----------- x c 2 x y - 1 101) (1 x x y) й (x и -l) y'— xy'--- 0 Решение dz x ----- z Sea z - xy s z' / s ----- ------ , замена x dz x ---- z (1 z 2) - z (z - 1)2x(- -0 , упрощая x 2 (1 z 2)z (z - 1)2x -- 0, то dx 23 www.mundoindustrial.net 16. (z - l) 2dz + z2dx x 0 ' Разделяя переменные dz x - - - - - ----- ——+dz ' O integrando x z ? 2nx +z - 2 n z ' —'k' >; - 2 1ny ' — - x v +k '> Z JCJ> lncy2 ' * y - — '> cy1' e gr xl.3ty *y 102) (* y + y + j t - 2)dx + (jt3>'2 +;c)rfv x 0 Dz solution x ------z Sea z s xy s/o> / — then 2 3 3 2 * y + j>+ jc- 2 + (jc y + jc)— s 0 , replacing you have: dx dz 3 JC--------Z Z Z 1 d x — + —+ x - 2 + (xz +*)(- —) s 0 , simplifying X X X 2 dz 3 Z --------Z — + ++x - 2 + (z2 + 1)(————-) s 0 then X X X (z 2 +1) - +x - 2 x 0 finger (x-2)dx +(z2 +l)dz - 0 dx integrating - + - z + - - 2 x c 3x2 - l 2 +2x3y 3 +6xy s c 24 103) (x6 - 2 x 5 +2x4 - and 3 +4x 2y)dx+(xy2 - 4 x 3)dy x 0 Solution Sea y ' tx '> dy ' tdx + xdt then replacing you have : (x6 - 2 x 5 i2x4 - f V q4txi)dx (xi q2 -4jc3)'tdx x3 (jc3 - 2 x 2 - 2x - t dx'x3 (t2 -4)-tdx'xdt) - 0 (jc3 - 2 x 2 - 2x - ti 4t' ii - 4 i)dx (/2 - 4)xdt x 0 , упрощение (x3 - 2x - 2)dx (t2 - 4)dt x 0 , интеграция X3 2f3 ------- 4 x 2x--------- 4t s c поэтому: 3 3 и 3 - и 3 4 и ------- x 2x - ,---------- c 3 3x x 104) и i' (x s (x'.>>')' (No >') ' (c Морское решение z s x s s > y s s . Replacing in the differential equation dx dz z n z n + zp(— - 1) +1 x ---------- simplifying -------------d z - d x , integrating z+ z* z m z n + z ' r J --------- dz s jd x +c , from where x + c , n m * -1, p - m s-1 n - m + 1 /7-/W + 1 25 www.mundoindustrial.net 17. 105) (ln x x y) 3)dx-3xy2dy s 0 ti i dz 1 x 2 . á z ln x '> ' - '3'y y dx x 3xy2y %' - 1 á x '''''''''''''"":"'":dx lnx 3 -3 x y 2 - 0 '> z - (x' - l) ' 0 'x x ln'z - lj-ln x ' lnc '> ln' - 'lnc' > z' (x c á y 3 - e x - ln x -1 106) (xy'2xyln2 y q ylny)dr á Mar xl t > lnj>' - '>>> y' etlx x '''''''''''":::::'2e'lxt 2 etet/x w" . tl xdi-adx (xe 1x ----------) -------)dx (2x'x)e (-r-) x 0 x упрощение 26 / x rdt-tdx_ упрощение <8> (------------------------ x ------ x á x á x á (2 2 2 x 2) a 2 x (2) x (2) x (2 x) (2 x 2) (xdt-tdx) ? 0 '> á 2dx (2t) l)xdt ' x 2 , x'á (2/ l)'rf' ' 0 á 1 x 1 x Cj á: 2x2 á 4/ 2 ' 4 ' > l . . . .

. . . . 2x 2 (2xln y y 1)2 - c 107) y - x y ' a (x 2y') - x y ' a qx2y' s > y - a (x qx2)— dx - Y - - F (- -------- t)dx - - lnc затем топор x й й - J x топор й l J y - xc 1 . . ex-y - a therefore y-a -a ax'l l0K) (a2'y)2dx-2x-Jax-x2dy -0, Решение, отделяющее переменные от дифференциального уравнения, имеет: dx dy s ---------- x 0 интегрируя 2 x - x 2 до 2 у dx r dyf dx r dy 27 www.mundoindustrial.net 18. Будьте x s - .> dz' - > s , - заменив в интегральных f. . - f . 2x-6ak--x-dt 'Jat-l - 1 -2 J ly t-l замена (2) в (1) - (2) - - 1 .y i y - - ---arctg-c, x-a, и 0 затем от 0 до 0 -c-> c-0, Затем - ------ - - arctg (-) s 0 x -1 a .> и a.tg --1 109) и %'sen (.) cos (-) s e n a s?) s sen (-) c o s - sen(-) co s?) dx 2 2 2 2 2 2 1 2 sen (™) разделяющий переменные - 2 cos(-)dx интеграция ln tg (-) - 2 сен (-) и 2 4 2 сен - 2 28 110) Найдите кривую, которая проходит через точку (0,-2), так что угловой коэффициент касательной в любой из его точек равен порядку той же точки, увеличенной в три раза. Solución El coeficiente angular de la tangente en cualquier punto = — ,,y de acuerdo a dx las condiciones del problema se tiene: dy dy 's = 3y => — = 3dx integrando ln y = 3x + c entonces y = ke como dx pasa por (0,-2) => -2 = k por lo tanto y = -2e 3 x III) Hallar la curva para la cual el área Q, limitada por la curva, el eje OX y las dos ordenadas x = 0, x = x, sea una función dada de Y. Q = a 2 ln — a Solución y = f(x) Q = = a 2 ln(—), derivando se tiene: a dy J a 1 a 1 y - —- •— , entonces dx---- - dy = 0 integrando se tiene: x + — = c ay dx y y de donde : y = -c- x (hipérbola) 29 19. 112) Материальная точка массы равна lgr. движется по прямой из-за уравнения зверя, которое прямо пропорционально времени, рассчитанное из момента t s 0, и обратно пропорционально скорости точки. В момент t x 10 сек. скорость была равна 50 см/сек. и сила равна 4 динам. Как быстро точка будет иметь после одной минуты начала движения? Раствор t 2 As F s ma s k - где x 4 см/сек v t s 10 сек. v x 50 см/сек 1 . > >4 . . . . x 20 (10)2 q

.> c .500, á v 2 x 2 0'2 500 x, á t x 60. ¿V? :v'20(60)'500'a/725'cm k't -Vv> v' , ' 113) •,''' ,''''.'''',''''.''.''.''.''.''' Решение Sea Ln : s y b x, откуда mLN 'b Plus mL,' - , и как LNIX,, затем: dx 1 d' A hmLN ' --------- ' - - - , т.е. > - - N mL, dy dy 30 X b , l,Como y x bx x Separating variables: dy и dx x dx s 0, интеграция у вас есть: x 2 - y 2 - k 114) Пуля вписана в таблицу h x 10 10 espesor a 200 m/seg, transmitiendo a una velocidad Vx x 80 m/seg. Suponiendo que la resistencia de la mesa al movimiento de la bala es proporcional al cuadrado de velocidad, encontrar el tiempo que la bala se mueve sobre la mesa. Solución F s s m dv dt estado del problema: d . 2m - 'kv dt integración: m dv ----- T ' dt k v m rvi dv q' k Jvf2 v -r'Jo k vj v v v v, 31 20. k v0v. ... (1) dv plus m - s m dt d 2x dt2 dv dv dx, entonces: kv s m - s-m -r 'dt dt dx dv dv kv2' m - 'mv-dx dt dx m dv dx' —.— k v 1' a > v0 replacementor (2) in (1) ... (2) s (Zl__-2.) f sustitución del valor t. ln (-) v0 V0V1 i '40 ln (2.5) seg. 115) El buque se retrasa por su movimiento por la acción de la resistencia cia g's, que es proporcional a la velocidad de la nave. La velocidad inicial del barco es de 10 m/s. Después de una larga velocidad se hará 1 m. seg. Descripción de la solución m,Km idc, c. f - y 'dt'd' al abordar 'has: v 'ae -kt For t' 0, v x 10m/seg, tiens 10 - Ae'gt; A 10'gt;V 10e for t'5 sec., v's 8 m/sec' - 8'10e F'10e'10e'/5,n (8/10) '10' 10. (s y /5 -5k 1 8 k' - ln (-) entonces: 5 10 32 Demostrar que la curva para la que la pendiente tangente en cualquier punto es proporcional a la abscisa del punto de contacto, es parábola lo que: mLt x - j y también debido al estado del problema que tiene mLt x . Entonces: dy s kx dx integrando y x 2 q c , que es parabola. Después de un tiempo su temperatura bajará a 30oC. Sean T solución - temperatura corporal. La temperatura del aire es de 20oC. La temperatura inicial de T0e. Descripción matemática: dT - .k (T - T m), donde la solución es: T s Tm (r0 - T m)e-kt para t x 20', r -r 0 -60oC, entonces: 60 x 20 (100-20) T2- 40 x 80e 20A - k-^-^ - por lo tanto: T s 20 y 80e- (ln2/20) r -20 y 80.2'/2-21. ¿Para ti? , T s 300C 30 x 20 80.2 720, luego yo con 2'/20'gt; t'60' 8 118) Encontrar una curva para la que la pendiente tangente en cualquier punto n veces mayor que la pendiente de la línea que se une a este punto con las coordenadas de origen. Solución dx te 0 x n tg a then: - s n(-) zgt; dy s n(-)dx, desde donde dx x x -dx integración; ln y n ln x 'ln c' en y-ln x nc, así: y x y - e x 119) Identifique la ruta que el cuerpo se mueve durante t, si su velocidad es proporcional a la ruta, sabiendo que en 10 segundos. El Cuerpo P viaja a La OOm. 34 Sean s Ruta t s tiempo por segundo. En. . . . . Estoy a 100 Iei0k de donde ... (1) e para t. 15 seg. , s > . .

. . . . (2) 15Ae a/n 1 0 0 2 0 0 i l 2 comparación (1) y (2) tiene: gt; . En (1) usted tiene: X 25 Así que la forma recorrida será: s.25.2r.s 120) El depósito inferior 300 litros de potencia, cubierto con sal. Suponiendo que la tasa de disolución de sal sea proporcional a la diferencia entre la concentración en el momento y la concentración de disolución saturada (1 kg de sal por 3 litros de agua) y que la cantidad de agua pura dada disuelve 1/3 kg de sal por minuto para encontrar la cantidad de sal que contendrá la solución en una hora. Solución marina x la cantidad de sal que concentra la disolución, la concentración en el momento: 1/3 kg. Por litro de agua. x Concentración de ----- de disolución saturada; 300 35 22. - la velocidad a la que se disuelve la sal, la descripción matemática: dt - - - k l - -) relación de proporcionalidad, resolver la ecuación dt 3,300 diferencial que tiene: jc x 100 (-A ek,'m), encontraremos un parat permanente x 0, x x x 0 "gt; A'100, luego x'100-100e'/30' para determinar k permanente, para 1 1,299 t'lm, x 'g' k . ¿tiene - 100-100"300'gt; FC 3001n (—) 3 3UU x '100 - 100e 'ln (299/300) ? 100 - 100 (299/' para t'60 min, x', x s 100 (s 60) 18.1542 g. porlotanto: x x 18.1542 kg. 121) Una cierta cantidad de sustancia inseparable contiene en sus poros 10 kg de sal, actuando con 90 litros de agua, se observa que durante 1 hora media de sal se contenía. ¿Cuánta sal se disolverá al mismo tiempo si la cantidad de agua se ha duplicado? La tasa de disolución es proporcional al número la sal y la diferencia entre la concentración en el momento y la concentración de disolución saturada (1 kg por 3 litros). Solución Mar x la cantidad de sal, concentrando la disolución - la velocidad a la que la sal se disuelve; in accordance with the terms of the problem dt dx 1 0-x 1 mathematical description: . . . . He said . . . . He said . . . . • 2 x mLt s ------- x -----, x a x x x x ----- X 2 x mL, > - s á - 0 dx dx xy x á: ln y á l'n c '> xy ' c 123 содержащего вещества) á. se colocó en la habitación 100 m mi volumen donde el aire estaba en el primer 25% de humedad. El aire saturado a esta temperatura contiene 0,12 kg de humedad por l .3. Si la sustancia perdió la mitad de su humedad durante el primer día, ¿cuánta humedad permanecerá al final del segundo día? Solución Mar s - la cantidad de humedad contenida en la sustancia (3 -s y 3) - la cantidad de humedad contenida en el aire. 37 23. 12 x Humedad saturada para 100 m3 ds Descripción matemática: - -ks (-s 6-12) s ks (s 6), de los cuales usted decide que tiene: - ? Ae6kt s 6 for t s 0, s. . . . . He said . . . . 6 7,5 Un cierta cantidad de sustancia inseparable que contiene 2 kg de sal en poros se expone a 30 litros de agua, después de 5 minutos se disuelve 1 kg de sal. Durante mucho tiempo se disolverá el 99% de la cantidad original de sal. Solución mar s - la cantidad de sal que necesita ser disuelta. ds Descripción matemática: - 'As', donde K es un factor de proporcionalidad, la solución de la ecuación diferencial: s 'Aekt', definiremos A, para t'0, s'2 kg. "a'2 Entonces s'2ekt, definiremos k. Para t s 5 m pulgadas, s s s s lk g. zgt; k - ln - Por lo tanto: s x 2e (No/5)lnl/ 2's'2'2')r/5 Para determinar t, debe buscar el 99% de 5, es decir, con 5, 1,98 kg., entonces: 1.98 x 2 (-) '/5'gt; 0.99' (-)v/5, entonces: t x 1 M ? '99) mirL 2 2 1 ln - 2 125) Pared de ladrillo 30 cm de espesor. Encontrar la dependencia de temperatura de la distancia desde el punto hasta el borde exterior de la pared, si la temperatura en el interior de la pared es de 20o, y en el exterior hasta 0o. Encontrar también la cantidad de calor enviado por la pared (por 1 m 2) fuera por un día. La solución bajo la ley de Newton, la tasa de propagación de calor a través de la superficie A, perpendicular al eje OX, es: desde donde K es el factor de conductividad térmica, temperatura T; tl la hora y la superficie de A, (k x 0.0015). dT O Entonces una descripción matemática: - - - - donde la constante dx kA Resolución de ecuación diferencial y uso de datos: 2 'T'-x ; 864.000 cal/día. 3 126) Demostrar que la ecuación - con la condición original vi _n x 0 tiene dx x 1'r_u ' soluciones de forma sin fin y ex. Es la misma ecuación con la condición original jyjx-0 - y 0 x 0 no tiene solución. Una sección de curvas integrales. Solución dy y dy dx. J t - -' - integración ln y'ln ex'gt; y ' ex dx x y x 39 24. Para y'o, x'o tendrá un sinfín de soluciones; Para cualquier valor C, la ecuación se satisface así que si c's 6, y '6x satisface _y's ® Y's para 'x'o' 0's's'gt's'gt; s's's qgt; que por lo tanto contradice: cuando x'0, y'y 0 0 не имеет решения. • , y a , x-o -0, 0 á l; 1 á 1 á 0 <t; ct <t; 1 . i- - '> y'ady' dx' ------ á q dx 1-a gl-a, "0' ' '0' ------'c'' 1 - '>'0 3 1- '0' 1, 1 , 1 , 0 , 1 , 1 , 1 , 1 , 0 , 1 , 0 , 1 , 0 , 1 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 1 , - .dx .> dx > ln y .x q y á x s 0, y s 0, y s 0, y s 0 s 0. 128) - á n a, (a>0), á . •dx >'jx-0 - 0 , ..-0. ——— . . . . -1_a --------' q > y '0' , x '0'> -------1ln v' s 0 - c 1- i - ln y->.0, a l > '0' .

'' 129) , á, á, á, á, á, á, á, 1, ygx • OY á oy. •O,o OY. -Stgxdx r ftgjratr y ' e 'Je (x tg x '1)dx , á . y 'eln' (tg x seg x'sec x'd x'd x ' performedancj0 ia ' , y'eos x'x sec x' c eos x x á: y x c. eos x , á y-o, x s 0, y s c s > P(0,c) s (1-e e n x) p s 1 x > mL, 1 L, : y - c l (x -0) , l;:x - y s 0 41 mL, следующие . cosyf-0 á K á '-0->-arccosO---(2n'l)---(2o l) -> dy- -(2n'l)x, - x - á 2 y y '(2n á l)x q, n e q. 131) ey 'l" dy ey '1' > y's 0>'s 0'> 'c dx á c á c' c. 132) s e n (x+sen x) x sen - x d'e=n /' Jt '> /' arcsen jt - ll7r, ? (arcsenx a w7r)??? R /x dx s Jdy s J (aresen á nn)dx á y y s jtarcsenx-V l- 2 mxc, á n á 0,±± 2,. 133) l n / x á lny'x '> y" ex dy ' exdx '> j dy'J e xdx' > 'ex q 134) t g / '0 á t g / ' 0 '> ' 'arctgO' nn dy - 'nn'> dy 'nn' dx 'n'n'nrc s c 135) 'jc Solution e'x' á 'nx' á 'lyl'lnxdx, 'jd y Jlnxdx '>' á 'x ln x ' c 136) tgy'x 'tgy' x '> y' aictgx'nn , n'0, ±1, ±2,... dy (aiclgx'nn)dx á: y'x2xctgx-n (No x 2) Njtx q 43 26. Следующих á é, á, á, á, x->'oo. , 16 137) á 'eos>> 1 '0 , "-'- - 'n'> x'-'0"'v2 v'cosy' l ' 0'> cos>>'>> - 1r- s 0 , á x dx 1 eos ydy H- r- s 0 , á sen>> q x 16 16 16 1 l6nwhen y - - n parax-'oo - x sen -- y-—— -- x '(u q 'l' k) ' 0 '> '0 '> - 0,138) x 2 / co s2 - l , y-— n x-t Solucion; x 2/c o s 2y - 1 x 2y - l- o s 2 separando la variable —— ------------------------j integrando l-co s 2 -gt; x 2 2 22 sen y x f --------- - l —r c de donde ctgy — 'c J sen2 y x x 10 1 cuando y - n , x c - —j- 2 1 2 1o ctgy —— -—j - arco -T- 44,139) jr3y -sen y -1, y-5it x-H-ooo x Solucion 3y v ' 1 'x 3 - '1' sen y , separando la variable dy dy dx r dx ---------- '—r integrando —— ------ — -- 'c 1 'sen,y' , x -H-oo - c - 1 por lo tanto y '2 arctg(l —— l—) 2x 140) (l -x2)y -c s22y ' 0 , 'tl', x---oo --co s22 y '1 , 'oo' dy dx '0' 'k eos 2' (1) 2 - tg 2 - arc.tg 'c, '--it' - 2 2 tg 2y - arctgx' - ' tg '2y'-' arctgx'- '-arctg,- arctg x) 2 2 141) ex'4y'l, 'x--oo Solución 45 27. eAydy ey s e4yy'l; e 4yy'o ey -1 - -------'dx y - r e4y f - J ------ dy ' J dx c - q y e 2y - ey - 1)) Q -1 e3y e2 ---- 32, 'J ey' -3 2, 'oo' (x)y' y - , x---oo (x q 1) / y - 1; (x)dy (y - 1)dx, dx y - dx y - Jt' 1, ln (x - 1) i i i y - iln----- l it's ------- 'ii 1 x No1' x-oo ' '-- - - ' c x 0 JC' 1 t , Fuego... 1 á 1 á' - 2x (n qy), x-H-oo á's 2x (n q) >>' - - 2xdx á n n n J'ent'nces ln (y'n) á 2 q, á: jr2 y n'ke , á y' n' 0'gt; n 2 11 144) á y'sen 2y'1, - - rc'> > x-H-oo á - 5 x / 2 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x dy-l-sen2ydx, разделяющее á dx '> á dy á á dy dx: 1 - sen 2y x 2f dy (dx 2y sec2v) 1 J l s 2 7 ' 1 J ' x '> ' > t g - - - - - s2 á J x 2 2 2 á, y - á >', x -> '>'oc á : y s arctg (-x) X 47 28. "f(x,y) ' ' ' 'f',y' No va a ser suficiente. ' 's f,x', 's f,', 's', 's f,x', 's f,x', 's f, " "f(x,y)dx ' H dx x ... (1) ' x x x —— ?/(u)-u dx Observación.- '1' Заменa может быть сделана немедленно и Ux. Ecuaciones de forma diferencial: dy s axx--bxy s dx a2x q2y q2y q2y q2y q2 ... 2) reducido a una forma homogénea de mover el origen de las coordenadas al punto (x0,y 0) líneas de cruce: axx q bxy c, 0 y 2x q2y q2 x 0; es necesario que se logra reemplazando las variables x'z' x0, y'w a 48o, á a'x 'b'y qx's a2x q2y q2y q2's p á , a2x q2y q2 x 0 , --a - - - - - - - - 2) - é ax bx dy _axx ------- ------- á . . . .

. . . . (3), que ha sido estudiado en ecuaciones variables de color rojo a separado. Si la ecuación diferencial se expresa en la forma: P (x,y)dx (x.,y)dy s 0 Será homogéneo si P (x,y) y q (x,y) son funciones homogéneas del mismo grado. A veces la ecuación se puede reducir a homogénea, reemplazando la variable y s za, esto ocurre cuando todas las condiciones de la ecuación tienen el mismo grado, atribuyendo el grado 1 variable x, un grado a la variable y; y una puntuación - de 1 a la derivada - . dx á: 145) 4 - 3y á y (2y - 3x) - 0, •: y s ux s > dy' ' u dx x du, • : (4x - 3y)dx (2y - 3x)dy-0, á á •: (4x - 3ux) dx (2ux - 3x)(udx xdu) s 0, упрощение (4 - 3u) dx (2u - 3)(u dx x du) s 0, упрощение (4 - 3u) dx (2u - 3)(u dx x du) s 0 Grupo 49 29. (2u2 -6 u'4)dx x (2u - 3)x du s 0 dx 2u - 3 du 'O, dividiendo la variable dx 2 0 -3, f dx f, 2 -3 NJ 2 ------1-------------du 0, integrando 2 ------1-1 (-'----------)du' c x u -3u No2 J x Ju -3u 2, entonces: 21nx y ln (w2 -3w 4 2) ? c ' n x 2 (u2 -3u No2) 'c, recogiendo el logaritmo que tiene: . y 2 - 3 xy '2x2 'k 146) xy' y q-yjy 2 - x 2 Equation Solution escribiremos así: (y'2 -x') d x, 'y ux' 'u dx x' x (udx xdu) ' (ux qJ - 2x 2 - x 2)dx, 'XduJ '2 'd' ' ' ' '-------- V' 2 -1 ' ' ' 'l'u Vu2- 11o lnx Lnc, - dx 9 X LN' - -----12 ' ln c , 'logarithm' - 'Ju2 -1 - 'q' ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' 2 - 2 - 2 ' 2 ' 2 '2 ' '.' 2cy 'c 2x 2 No1 147) 4x2 - x y y y 2 q / (x 2 - x y q4 y2) '0 (4x2 - xy y 2)dx (x2 - x -q4 y2)dy s 0, y'x'gt; dy' - 'u x dx du', No va a ser suficiente. (4x2 - u x 2 q2x 2)dx (x2 - u x 2 4u2x 2)(udx xdu) s 0 50 упрощение (4u 3'4) dx 4 (4u2 - u 4) du s 0, •dx 4u 2 -u -1 .cdx c 4u2 -u 4 - 4 ------------- du '0, á: 4 - 4- ---- ------- á-c, • X u3 a 1 J X J u3 No 41nx4- (--- s 1)du s c J u'l u - u á 4-21n (w4l)4ln u 2 - u Tc '> lnx4 (w4 l)2 (u2 - u 4) ' c x'(u q l)' k l á w' w' w' w2/c J x (u - 4u'2) ' k , 'W - 'y j x 2 - v2? x 156) - 3 j,, (jt-l)? O Soiution No1:3x s - 2 x 0l - LX - L 2, L2:x - J /J 2) - 3 x -2 - Oj x0 x 1 x 1 x 0j - 'Lueg' P(1'l) - x s z z 1 , y s w - 1 ' '3x 2)dx (x-l)dy s 0 (3z -w)dz z dw s 0, 'w' uz' 'gt' dw' udz zdu (3z zuz)dz z (u dz z (u dz z du) s 0, (3u -3)dz z du s 0, (3u -3)dz z du s 0, dx, u dx x du, 2x2udx-(3x2-x 2u2) (udx xdu) s 0, упрощение (u3-u)dx-(u2 -3)xdu, разделяющая —— - x ------ - i - i - - - - - du x dx u3 - u x ln y - J x J u - 1 w' 1 1 + 1 2xy'(x2 - y 2), 'xy (y 2x2) á (x2 y 2)dy (2 x2 - y 2) (2 q 1 w2) (1 q w2) (m?x; qx?/w)? u (u2 q1)dx - f (u3 w)rfx 2 (1 u2)xdu' , ' ' ' ' 'dx' 2 (u2'l) , . c dx c 2 (u2' 1) , f dx C2'u No 1) . ftfx ——————du x 0 9integrando - - ------- d u - c '> - 2 - u3'u J x u3'u J x Ju 2 á 2, • : ln x ' 21n w ' c '> lnx.w'c 'c> x' 'c:c ': y x 151) x á jy 2- x 2 x solución xdy á 2 - x 2d x, •ux > dy' u dx x du dx, упрощение udx'xdu-2 x - x 2dx, упрощение udx'xdu-u2-1dx, ?/w dy /s ?dx x du, ?>'25'... ''' ''''''''''''''---,- 2= 1= _= j= x^|li2= -= l= -= u= x= ^ju1= -= l= -= u= -= j= -(y/w2= -1= += u)du=lnx += c= ,= calculando= la= integral= se= tiene:= y= += ^= y= 2= -= x= 2=cx3e y(y+jy2~x2)= 152)= ax2+2bxy= +cy2= += y= (fox2= += 2cxy= += fy= 2)=0 solución= (ax2= +2bxy= +cy2)dx= +(bx2+2cxy= +fy= 2)dy=0, es= homogénea= y=ux ==> (ax2 '2bx2u'cx2u2)dx (bx2'2c2u-fx 2u2)(udx'xdu) s 0 , упрощение (a 2ftw' cu2 (dx) (b - 2cu fu 2)(udx s xdu) s 0 , разделяющий переменный dx b'2cu q fu2 , ---- 1--------------- ----------d u - 0 , интегрируя >f+ 3¿w+= 3ck= += yi*= 53= 31.= r= dx= c= b= +leu= +f= u= 1= —= += 1= —-------------------- '----------- - (= ^'+2'= =)= ------ ....= ------= ...= sin= f= ...= ^= sinusoid= ...= n= ...= dx .... x---- .= s= x= -= x= -= s= x= a= -= x= -= x= ...= x= ...= ...= ... = dx= ....= f= ... x= -:= x= ... x= ...= x= ...= x= ....= 153= = 153)= x= 153)= 1= 1= 1= x= -= x= ...= funciones= je= x= = as= +3bu= +3cu= += fufu= i= 2= 3= y= ns= +—na= +3bu= +3cu= += fu= |= -e, 'donde' para' u'— se-tiene: '3' x' f' y'3' '3cxy2' '3bx2y' 'ax3' -c'153)' (y-4-3-x-2)dy-xydx solucion-y-z a dy - aza ld z , 'y 4 - 3 x 2)dy - xydx (z4a - 3 x 2)aza-1dz -x zadx - (z5a-l - 3 x 2za) l)od z-x z adx, O't, 1 2 2 5 a - l't'l a l'a' - (z -3jc)?/z? -lxzd z, 'x'uz'(z 2 -3u 2z 2)dz2? -2z 2u (udz zdu) ?? (1-3w2)/z-2m (w?/z z?/w) (w2 -l)rfz? 2wz?/w? - q2 - l z r 2u 54 f /from q'c'gt; lnz's ln (w2 - l) - c J) w2 - i for w' - z', '2, '2': x 2' - 4 q;y6 z 154) - 3dx No2 (x2 - x -2)dy'0 Solution Sea y's's'za gt; rfy's aza-1, z 3a?r 2 (x 2 lxa) aza_1?/z s 0 , z 3adx No2 (x2z er- x z 3a l) 0 , z' '1' 2 2 3 'a' - z'gtx (x-x)dz ' 0, '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', '0', ' x'uz' - dz's -dz z du' - zdu q2dz x 0, ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' - 'w' 1 2 1 ' - ln z' c ' ' : y x ky u 155) (y-xy '1)2 x2 y 2 - (y - y') 2 x y ' y'x's je 2' y 2 ' ' ' ' ' ' ' ' (mx- -y/x2 -w2x 2)dx- x (udx - xdu) - 0: (u-- l-u 2)dx- udx -xdu 20 , T , dx du V l w- (x- udx x du) - 0 , ,, ... , , , , , , , , ,, ,, , , , , , , , , ,, , , , , - - - - - - - - - - - - ----- : s 0 , 'Y Vl t/2 55 32. я - я - . Ul In'w - Vl - w2'c J x (u - 4'u2) ' k , 'W - 'y j x 2 - v2? x 156) - 3 j,, (jt-l)? O Soiution No1:3x s - 2 x 0l - LX - L 2, L2:x - J /J 2) - 3 x -2 - Oj x0 x 1 x 1 x 0j - 'Lueg' P(1'l) - x s z z 1 , y s w - 1 ' '3x 2)dx (x-l)dy s 0 (3z -w)dz z dw s 0, 'w' uz' 'gt' dw' udz zdu (3z zuz)dz z (u dz z (u dz z du) s 0, (3u -3)dz z du s 0, (3u -3)dz z du s 0, dx, u dx x du, 2x2udx-(3x2-x 2u2) (udx xdu) s 0 ... ---- . . . . It's not going to be . . . .

. . . . 2dy, x - 2y-l)dx (3x -6y) 2)dy 0, (z - l)(dz - 2dy) - z z - 5 y - c , z x -2, x : 3 - -ln x - 2y (c 61 35. 165) (x - y - 3)dx (3x y) dy s 0 Lj: x - y x 3-0 1 L2 - 3x'y'l -0 - Ll y luego 3 Jo) g s i n 2 x - y 3 x 0 x0 x0 -l - 1 q s s x z z -1 , y s w 2 3x - y l 0 J . Vo Sea 2 (x-y) 3)dx (3x - y) dy s 0, однородно не ' uz ' > dw' u dz z du, заменяя в уравнении (z - uz)dz (3z) уплощения (1 -u)dz (3 q u)(u dz z du) s 0, группировка (w2 и 2w) Y)dz (u q 3)zdu s 0, разделяющая дз у -3 rz dz Вы - 1 - s 2 - ------du 0 , интеграция -----------------) ---------c затем ln z(u No1) ------ —-с, где No 1 2x'2 w и 2 - ------ w' - ------ setiene y s 1-й х й се r'>' z z x 1 166) (x -y)dx (x -y - l)dy s 0 Sea z solution x - y dy s d'dx , заменяя в уравнении 62 z dx (z-l)(dz-dx) s 0, dx (z-l)dz s 0, J dx j (z -)dz s c y luego 2 x - - --- (x - y - l qz) 'k 167) - cosx dx (2y -sen x)dy ' 0 Solución Z del mar x sen x . dz . eos x dx (2y - sen x)dy s 0, '2y - z)dy s 0, y'uz dz y dz du, 'uz dz' (2uz -z)(u dz z du) 2u - J , r dz c 2u - 1 , ---- h---- ——' , ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' 2u2 J z J 2u 2u 2u 2y z se n x s 2cy y168) ((x-y)cos -)?/x'xcos -dy x 0 x Solution y Sea u' - 'y' y' ux 'gt; dy' u dx 'x'x (x-ux eos u)dx x (eos u)(u dx x du) s 63 36. (1 -u eos u)dx - u eos u dx - x eos u du s 0, dx x eos u du s 0, 'dx x eos u du s 0, l'n x - sen 'c x' x'k'k'nylx - 3dy s3y2xdx No2x3dx '0 Solución y'ux dy' u d 3 (udx - xdu) - (3x3m2) 2x3)dx s 0, udx - - (3u2' 2)dx x 0, á (u 4 - 3u2 - 2)dx x du 3xdu x 0, разделяющая dx dx dx dx ,,,,, ---- 3 2u' 2 - u4 '3u2'2 - Ui 3u'2 '2 - 2y - x 2 ' y 2 y ' 2 y - 2 J u4 No3u No2 xdx (2 'Jxy - x)dy ' 0 'y ux' ' 'dy x du, udx (2Vux2 - x2)(udx - xdw) No 0, '2u-f-dx x (2Vw - l)rfw - 0 , 2dx 2a/w -1 , , , , c dx c du du du du ----h------- y e 171) O'l Abscissa. 'd x0 mLt y' (x0) - Lt: y - y o s mLt (x - x 0) 65 37. Lt: xy' (x0) - y q y0 - yx0y ' ? O no пункту расстояние до прямого d (0 , L ,) J s VO'(для состояния проблемы) у вас есть: ?/(O, Lt) s x0<>;u и xo/(xo-J F xo обобщения в любой момент у вас есть: - M й о)))) 2'l и 2 - 2xKy'x2/ 2 x 2 - jc2/ упрощение >'2 x 2 -2xv;v' -0 отсуда (й и 2 -x2)'rfy—lxydy == 0= ,= es= homogénea= sea= y=ux => dy s/o dx, заменив в уравнении (u2x-x ")dx -2x2u (udx xdu) s 0> упрощение (u -1)dx -2u (u dx x du) s 0 , группировка -(u q l)?r -2uxdu x 0 , разделяя переменные. 2w ' a q' f,-- ---- de '0 , ' - -------?fa?lnc u 2 'l i x j u2 - 1 lnx'ln'(2-1)? x (u2' 1) ' c' ' ' - ' - ' - x2'y 2 'cjc x ' OY, OY, No va a ser suficiente. 2: Lt y - y0 x m (x-x0), lt: y'y' (x0) x y ' (x 0Kx0) ' 0 paraxs 0, t(0)'y - (x 0)(x0) r r 7 vn '(' o) - ln'louego '-1-'' ''' ''' ''' ' y' y' x, rr' rj 'C' - x y 'c'Jx 'y i' 2)V2 (c-jx1 - y2 - y)dx y 'ux dy' 'ux dy' 'dx x du', (cJx2 qx 2u - yx)dx x (udx -xdu) s 0 , (c-l u 2 -u)dx udx - (c- 1u 2 - u)dx udx x 0 , '67 38. c-l'u2dx' xdu-O, '0, '0,' cln x ln (w -2) 'k dedonde y 'Jx2'y 2 - k x l c x 2'y 2'k 2'2'2x 2'c-2kyxl'c Noy2, '2'. 1 / 1 (T 1'C .. v ----x 2 q 173) No es , ' , ' , ' , ' , ' , ' , ' , " dy , t a O -) 4 7 2 (i-) 2 === ' . r'5 7 --- . . . . . lxydy . . . .

. . . . Busque una curva para la que la longitud del segmento se intercepte en el eje de orden de cualquiera de sus puntos sea igual a la distancia desde ese punto hasta el origen de las coordenadas. •dx x d 2, : L, : Y - y y 0 ' o'oX'o) : LN : y - y 0 ' ------ (x - x 0) J X No0 X X, á y '-----------' ------------ 1-y 0 / (s 0) /) dx '—-y0 á d2'Jxo á y'0 á l"d2'd2'>' ————'y0'Jxo. Vo 'generalización 'y s-jx2' y no 0) 'dy xdx (y--Jx2'y2)dy s 0 , homogéneo y ux 'zgt' u dx y x du, simplificando (1 'w2 -u u2)dx'x 'x (u-o u2) du 0 69 39. dx U-V L - M2 x 1 u2 -uV l - W- du O, integración y sustitución y 1/2 ku-usted tiene: y'-(cx -) x 2 c 175) Encontrar una curva para la que el producto abscisar cualquiera de sus puntos por el tamaño de sus puntos de segmento interceptados en la AXIS de la AXIS habitual, es igual a la distancia cuadrada duplo de ese punto a origen. Estado de la solución problemática x-)d -2 d , ecuación de línea tangente: Ly - y y x 0) ecuación normal: LN : y - y 0? - 7 7 7 - (x - x 0) /(o) x yo l y' - 77th (Xfi) y (No0) para x's 0'gt; d, ——— i-y 0, d2'-J'j y Jo P'r 1' ambos: y'(x0) 70 x0d 1 x 2d "x n (-X' qy(i) ?2 (Jx? No y l q2, generalizaciones v (jc0) 2 dx, 2 2 x - x y 2 dx (x y - 2 x 2 - 2) dy x 0 , simplificar dx (u - 2 - u2) (udx xdu) s 0 , simplificación dx (u - 2 - u 2) (udx xdu) 0, agrupación (u2- 2u - u3) dx (u - 2u - u2) du 0 , separando la variable dx u - 2 - o 2 . A t, y -- ------------- du 0, integración y reemplazo para usted' - usted tiene: u2- 2 u- u3' x 71 40. PRIMERA ORDEN ECUACIONES LINEARES: BERNOULLI ECUACIONES Forma diferencial Ecuación: - y P (x)y s (x) dx, donde P (x) y q (x) son funciones continuas x, llamada ecuación diferencial lineal del primer orden. Si q (x) s 0, la ecuación (1) se denomina ecuación diferencial lineal homogénea, la u tiene una variable desconectada y se le da su solución: - f p,x)dx y s ce J si (x) No 0, la ecuación (1) se denomina ecuación diferencial lineal no homogénea, y su solución se da por expresión. Ecuación de Bernoulli. La ecuación diferencial de Bernoulli es en la forma de: p(x) s (x)yn dx. (2) donde n x 0.1 para resolver esta ecuación se convierte en una ecuación lineal, haciendo reemplazo. - i/' 72 Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales: 176) y'(y 2'2x Solución: y 'p'x'd'y'y'p(x)dx (x)dx (1) donde P (x) x 2 y q (x) x 2 q 2 q2x... (2) y luego sustituir (2) en se tiene: - í 2dx r ' f 2dx 2 y = e [eJ (x +2x)dx +c] , efectuando la integral y = e~2x[j e2x(x2+ 2x)dx +c] y = e~2x[—— — e 2x +— - 1-c] por lo tanto: 2 4 2x2 + 2x V= 4 177) (x2 + 2x-)y'-{x +)y -x - Solución / 2 n , / , x + l JC— 1 (x¿ + 2x-l)y'-(x +l)x , -x- l + x + 2x- -p(x)dx r (p(x)dx y = e J [e J Q(x)dx +c] -2 v — + ce - la solución es: 1 73 41. donde P(x) = --- + y = O(x) = - - 1 — , reemplazando se tiene: x + 2 x -l x 2 + x - x + 2x-l y + x 2x-l + x 2 + x + 2x-l f _ J ----rfX + C] J x + 2 x - I iln(*2+2j-l) (• -iln(A:2+2.t~l) x ~l , . e - 2 - e i------?fo c' x - 2x -1 . V'2 - 2 - el f 'lt;X'. y= y= dx= += c]= j= (x2+2x-l)= y=*Jx2 += 2x= -= l= [= l= j= ¿(= x= ;=;,)= c], integrando= j= ^= x= 2= += 2x= -= l= y=a/ t= 2= -4-?r= -1= (—= *= =—= =+></, por= lo= tanto:= y=x +c= 2= x= x= 2= -l= 4= x= x= 2= -l= 178)= x= ln= xy'-y=x3(3 ln= x= -1)= solución= ,= x= (31nx-l)= xlnx.y'-y=x (31nx-l) ;= integrando= ----------- xlnx mx p(x)dx f (x)dx T i j, вам разрешено: y ' e J (i eJ) 1 x 3(31nx-l) P - y u x2 dx x'x (c: lnx _f - f- x2(31nx-l) заменa у вас есть: y'e xlnx (J e AlnA'- dx 'e mnx) e -'n (ln'> jr2(31nx Udx'c) и 'lnx'9 > J lnx lnx lnx поэтому : x x 3 -f-clnx (a2- x 2)y'xy- '2' / 22o ' 2 . (a-jc X'y'xy s-s-s- 'No ------- y s '2', 'e' P!gt; - J e 'g(x)- a2, 'p' (x - --------- q 'q' (x) - --------- , ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' ' x ' x 2 -J r--- i'f '2 y'e a x r 1' l V '2- '2 - - - dx a - J x - 'ja2 - x 2a2 f- ——— s c, J (a2- x 2)3/2 y '4 a 2 (N.2', ' ' ' ' ' y s a 2 - x 2 (s j L - s q Va - x-la - x - y s s - x 2 42. 180) 2xy'-y s 3x2 , - 2x2 , - 2 , 12xv - y s 3x 'v -------y' - 2 x '2, 'e' H q(x) dx 3 y 13x, 'P(x)? ------y (?(jc) - , 2x 2 f dx r dx dx q 1 ,-lnx ' - lnx r- j r- y 'e 2 'Je 2 xdx 'c' 'gtx,-j' x x q' 'J-x'(jx) 'J' x'/2 q) , - - - y 'c x 2 'cJx 181) (xy)dy-'2y q'x 'dx 'ti Solución (x)y)dy "2y "2y (x)Dx - 0 dy 2 dx Jt' l V (jc-hl)3, '-e-x)Jx'J P-(dx)dx q, P (x) - Q (x) s (,v' 1)3 x 1 76 f 2sen 2sen 2y - 1 dy 1y x --- 'gt; -- 'J' --- '2y dx ' '2'- '2o - '2o - '1 - 2sen2y' ---------- (-y)x? 2sen 2v 'V'vev la-lt;/J': x'e', 'P (x) 'seny, q (y) '2sen2y, f sen v'rfv f f sen yrfy x ' e J e J 2 sen 2ydy 'c' x 'e cos'ts"sen ycosydv 'T cos' (4 - 4 co s e - y - c' x ' 4 (l-e o s)) - cosv: x 'n 2 -- c0S1' 77 43. 183) ¿Y'-2xy? 2xe-2 - x)dx J pMJxq (x)dx) 2xex - f - 2 xdx r i-2.xdx JJ.2 y - e J (sen 2 - 2 (x-s 2'x) r - cx x 1)) 2 x3y' 2 - x3 - 2 -2 184) x (x3'l)y'(2x3-l)y s ------------ Solución x 2 - x (x3'l)y'(2x3-l)y s ----------- x (x3'l), 3x2 ? x (x3'l), dx? x (x3'l), dx? x (x3'l), x - x2 x (x3'l), x (x3'l), -x -(x No1) (x No1) - .e p 'lt';x)d'e-xe(x)dx(x)dx-c) donde-x-d't;(x)-y-y? () s 2 3 J x (x No1) x (x 1) f 2.v3- l f 2 / - 1 v2 J'x2.' '3 """dx'-'c' j', '2 (x3'l) y-e, jr3-l,', '3', '3' -ln------ 's 'r' ln (-------) (x--2) '-----' dx 'c' 'j' 'j' 2 (x3-l) '78' 'r' f' x' '2' j' no ---------. 'c) 'i' 'j' 'j' x3'3T 2's ex'por'lo 'tanto: 'y'—--- ' 'y' '1' x ' 185) ' y' y' eos' x'sen x' eos- x' x_0- y'e (vwrfje-p(x)d'q(x)dx-c) donde:-p(x)-cosx y-q(x) 'sen x' . . . .

. . . . Y-e j [e-e-j'senx- eosxdx -c] y-e-enx[J esenx- sen- x- eos- xdx -c] y'e's ena[senxesenv-esena- c] y'se n x -l - 'cetsenk' para' x'0 , y'l '1 x 0 1 c, 2 y 2nd-scnx 186. /--(2'lnx) x 0 , 'xlnx', 'xlnx.y'(2'lnx) x 0 , 'xlnx', '1 lnx (2 lnx) .. ------ - ------------- ,: xlnx ' 2'xlnx 79 44. y 'p'x)</L e= ^= p(x)dx(x)dx+c]= donde:= p(x)= q(x)= -—= j= xnx= 2+jxlnx= r= l+ln.v= f= 1+ln.r= _j= —= d.x= t= 2+lnx= reemplazando= se= tiene:= v=e '= lnt= [-= e= vlnx= —= j= ----= j= 2vxlnx= y=eln(vln-*.[- fe= [n(xanx)= .dx+c]= j= 2^1x= inx= ^=x.ln x[-= f= —^n= x—=dx= += c]= n=s= x:= c]= f= d= (—f------)+c]= j= 2= xxlnx= j= 4= x= n= x= y=x. in= x(-j—+= o)= por= lo= tanto:= y= -= j= x= += ex= ln= x= -v/xln*= 187)= 3xy'-2y=— y= solución= x= 3= ,= 2= x= 2= y= 3xy'-2= y=— ah ' -----j' - - - Уравнение Бернулли No2 3x 3 v?/v 2x 2 q2 ue v . 2 ------------y? и множественность на у dx 3 x ' 3 2 q3 ' 3 x 3 x 3 sea z ' v 3 '> , ' 3v2 , ' ' ' ' dx L ' ' ' ' ' ' - - - z x 2, ' 3 dx 3x 3 dx 1 x dz 2 dz z 2 x 2 z - e J I-l pj ------ 4----- r r -2xdx (------) ? 2 sx 3 x 3 x 3 x 2 x 2 x x x z'a: xy'' x 3 ---------z 2 x 9 x 2 z z q 3' x - dx x 3 sea z '-- z 2 x 2 x x . dz (x '" 3x 'y 2 dz ' x - x y -- - v4 - dx 8x ' 8xa/x'T seaz' - 4 - s 4 x 3 - ': ?/x'dx dz 1 dz 1 1 1 , , , ----- --- ----- -- - - - z x ----- - - - - - 7 - s - - - - - - - - - - - - - - - - z - 7o , ecuación lineal 4 x x 8x 8x v x 1 dx 2x 2xVx - l f f? s solución es: z s e 2[- 1st 2 ------....... c] J 2xvx -l -lmr / ln.r z - e 1 [- e 2 ----- - - - c] y luego J 2xVx-l z x J z - Vx[frf)-c) J 2V-W-1 J-V-(—7-c) - por lo tanto:v4-4x-c-fx Vx 81 45. 189) (Jty' x 2y 3y)'1 '2y' (xy 2y 3y)'l' (xy x 2y 3) s dy 1 dx 3 - s-------- ---------------z - - - xy x -dx -x -x 3 x2y 3 dy -2 dx - 1 dx -1 3 -1 v-2 dx x - ----- yjc , 'z x x ' - -x - dy dy - vz - v3 - - qyz - y 3, ' : dy'y r' zi' e - 'e' - J e 'V' - c'e'2 'l V's c l' zl? z'c 2 - 2nd 2 - 2 - 2 - c, 190 / - 2'e'x2 1 2 T--2- - Este 2 - 2 y-e-///(r)-a/r-e-e-(v)/X-(jc)dx, -(x) 'e' 'l' 2xev'v dx q 82 y 'ex]2xex dx'c), 'y 'ex (ex q) ' ' ' 'y' ex x sen 'y' x2senx Solution 2 dy 1 , xy x x á sen x '——- y' xsen, 'dx x': y' r dx r dx y - e x f e x x xxxdx q y 'el]'e' lnxx sen x dx'c x (- eos x q) : y s-x eos x - ex 192) x 2y'x3y - 2 (l 2x2) - x2y'2x3y - 2 (1'2jc2) , ' - '-y 2y', dx 2xz'——— 2xz--2xz--------- - , 2x'-dx x2 dxx2 83 46. - f - 2 xdx f-2 xdx (2 - 2) - e J I-l pj ------ 4---- r rr -2xdx (------) ? 2 sx 3 x 3 x 3 x 2 x 2 x x x z'a: xy'' x 3 --------- z 2 x 9 x 2 z z q 3' x - dx x 3 sea z '-- z 2 x 2 x x . dz (x '" 3x 'y 2 dz ' x - x y . ¿J X? - j dx s e2'J r f - - c ' 1 й2 поэтому: - ce y - 2 2 x y - 2xy dx x 2 - y 2 - 2 y y - x, а, и ——— - - - - ------- о d n d e e ---------- x ' x - - - x x 2 y - 1 - 1 a 1 dy 2xv dy 2y 2y 2y 2 2 . 2 v2 z2 умножения на x y вас есть: x —— x ---- ' x ' ------ ----- <> и dy 2y 2y 0 dx dx . dz и 2 #2 , A sea z - x '> ' - 2x-, замена ——— ------ ,' ----- ------, где dy dy 2 dy 2 и 1 , чье решение : J «y'»,)dy'c, где dy y dy J 1 2 - до 2 р (y) s ---- и q(y) s ----заменить у вас есть: r J v и q a-le y - ---------- dy y 2 dy -- - dv q - 'Q' 'J ' '2' - 84 / 2' - '2 qy compensating. x - 2 q y '2 'c y 194) 2 senx ,y 'y eosx' y 3 (x eos x - sen jc) - 2 senx ,y eos x ,y'y 3 (jc eos x - x eo s'sen ,, , y - ——- (——-------), Bernoulli dx ' '2' '2' '3' ' ' ' ': 3's '2' cosx_senx dx 2 2 y ,>'2 - ' y - 3 ' y - 2'cosx y '3 2'senx , dy - ' cos x _ sen x ' , - 'dy - ' 2 cos x - 2 sen x dz -- c tg x.z s -(xc tg x - 1) :cX%xdx f f-rtgjr dx z - e f J e (xctgx -X)dx' c' lnsenjc'- f-ln sen jr. n z - e q- e (xctgx-l)- c'2 r fx c o sx -sen x, y s sen x'-1 ----------- dx qx, á: J sen x -a2 XX y s sen x?? /(--) 3x2 dx x3'y l , y'------------> - s ---------- á x3'y No 1 dy 3x - -x - x 2, Bernoulli dy equation 3 3 2 . 2 <^X 1= 2= v+1= multiplicando= por= x= se= tiene:= .v= ^= = 3= *=— 2= dz= .= 2= dx= .= ,= 1= dz= 1= v+= l= sea= z=x ==>- s 3x - замена -- - z '--tfy dy 3 dv 3 3 откуда-----z' и No1', линейное уравнение, решением которого является: dy z 'e' dy'je' dy (y)dy (y)l'y '> y'e'e'e v (y'l)-e и q так что и то, и другое: x3 ' - y - 2 'cey' X' 2 - d - V ' je2H-a:-I-1 (x2'Jf' l)3/2 Решение Умножение на и 2 у вас есть: 2 yV s - - y ' l' - 3/2 -d) JC No1 (JC и l)3 2 1 sea z ' и 1'> - '-y 2yV замена в (1) dx dz 2x l - x 2 dx 2 (jc 2 - jc No1) (x 2 й jc No1) дз 2x x2 -1 3/2 ' -i- ------ ttt , dx 2 (x2'x l) (x2 «x l») 3/2 r 2x» c 2x z. (No 2 -D s 'c' J (x2) - i (i)3/2 -ln'jc'l) f lC'2'.v'1) (x2-l) z -e -e -i----------ttv dx j (x2 x x d 3/2 2 z-Jx 2 'jc' l'f—— ------—dx'c á á-a (————----) J (x2'l)3/2 J JC2-JC-1 -4 x 2 (JC-1(----- -----)C) - ----j-.. «Ca/x2»JC»1 jc 1 V'2'x l-i x n y ? - p- 7'c x jc 1 x 2'x l m 3 y > , . 2 . x2'a2 1 (3jc2 - g 2) Умножение на у у вас есть: 3y и no > ' s 2 - до 2 x z ' и 3'> - '3 и 2' и при замене у вас есть: djc ffe , 'y2 'fl2 - линейное уравнение, решение которого: ±5l_rf, , f x?fl<favnvJ-flJl ■= í= *(**-*)= [f= e= ^= -^= -= d= x= +c]= j= jc= -= f= l= ln_= ^= f= fln¿±il)= ^3,2-= fl2)= z=e ¿= -= '= [= w= 'dx= +c]= j= x= -= ax= -= a= z=- ^= [= o= x= 2= -= a= 2)dx= +c)=^ -= t[xi= -= a= 2x= +c]= x= 2= -= a= 2= 3= x= -a= 2= 2= cx= por= lo= tanto:= y= -x= += _fl2= 198)= (l= += x2)y'=xy += x= 2y2= solución= 2= —2= ,= x—1= x= y__= £= _= y=— y2= multiplicando= por= y= se= tiene :'y' y'""'á v.o .-y-./2o j-1-1-y-2o 1+jc2-1+x2-2o *-2o mar-z-y -'-* ---- y- _2y' ----' áz, ,, ecuación, lineal. , dx, d* , l + x , l + x , -, á , á , 1 , , , , a á , a , á , v , z , z , , + x2 , [fe , 1 + jr) (fe , 1 + jr) (fe , 1 + jr) (fe - 1 + jr - (fe. ------- t)dx-+c]-j-1+-jc-88o z-e 2o ——ln(l-f-ar2-> s r iln (l's 2) x 2 M á 2 ---- 7? •: 4i'7 J i i i (- -Vl - x2 - <'*+»V1 + jc 2 Solución _2 2 y 1 ? +-jc'2' solución','2' 2' y' 1'><'/*+»V1 + jc 2 Solución _2 2 y 1 ? > ln'x</favnvJ-flJl> </-X> - Vl - x2 , c A f - ±'v'——— (jc'1) 1 jc 2 - z - '1'- - '2y', - dx - - - (- 3 - - - - - - - - - - - - - - - - ( ) jc 1 jc 2 x c dxr dx f dx z' e J f'x' i J , s (x l)3dx z z? (e.,n,,, ±) (. . . . 200) 201) (x 2 - y 2 q1)dy xydx s 0 xy solución - '2 ' ' 2 ' - '0' - 'Bernoulli dy y y dx 1 2 ' No1 ' x x - q - q - --------- x dy y w x x 2' x 2x - , dy dy 1 dz 1 - 2'1 dz 2 a v i i - .-----'__Z_Z------ — 4 - z s s 2 (i------), 2 y y dy . и ?y' c'z' e- и q2 e m y (- - -) dy q '> x2' - f ' 2 ' - c' J v v 4 2 поэтому: / s 2y lny - y-solution jc ?/;t - 2xlny qy - x dy x - l x 2ny, линейное уравнение, решение которого: dy и 90 - J - f J - z ' e v fj e y (21n y)dy q,c, затем: ,z ' e ln)1n y «Vfdy »c»s$x'-J (2y ln y) y)dy - l)y'y x 2(2x - 1) Решение 1 (2jc -1) s'o (-----r x'equation-n-nealcuyasolution :- 1J X x x r dx dx y 'e 4'4±<) , JC-1 jc-T rf T / 2 x x l wy s x 1 je x(-) dx s J x - l y - s - s -(2 x-l)d x s > y - s - -(x2 - x q) X - l J x - l l поэтому : y x 2 q- x - l .2 , CX x - l'W) y'-y tgx s sec;c, y-o-0 - f - t g x x x xggjxdx y 'e J sec xdx q 91 50. 204) 205) eos X - Ulc: l lnsec' secxdx q c, Csec x y 'L .x x (------ dx q)?secx (x q), parax s 0 setienec x 0 l 'x X': y's sec x (x q 0) s 'gt; y ' y' eos y sen y x - 1 Solución Sea z ' - eos y.y', dx z z x 1, dx z - e 'i' (x)dx .c'z - e 'Je' (x)dx .c.-z - e 'I' (x)dx dx q c: sen y x s ce' y' sen y 'x eos y x x s 0 -x Solution y y 2 y Sea sen y 2 seny s eos y 'eos - - 2 2 2 y y y y i y y 2 y '2 sen -eos - x e o s ----xsen - x s 0 2 2 y'2 sen-eos - x eos 2 --x (l- e s 2 -) , упрощая 22 2 2 92 / 2 á - 2xcos2 - s 0 2 2 2 2 y -y1'2 tg - 2x x 0, á: 2 x z x 2 tg- s.> - sec2 -.y', 2 dx 2 dz - z - 2x , á, 2 dx 2 dz - 2x , á, á, á, á, dx z - e q-2'e'lXxdx q '> z ' e'x'-2 (xex - e x >) '1 á á - f --<r /'f---dx y ' e' x'l i x'l ex(l 'x)ndx qy ?e-ninu'DeX (i)?c?cc?cc , >- s (x-l) V (ctt)?/a ?ny/(x) Solución Jo 93 51. 51. • nilf(x) reemplazando el n¡/(x), derivado: 1 ex 1 f x V (x) ./ x — ir-z)dz -n-f-x) -> — •lf(z)dz + ny/(x) x Jo X Jo x como f y/(z)da nxyf'(x) entonces — s(nxy/(x)) + - - - - ny/'(x) Jo X2 (1-«), y /'(x) _ n x x)L - - . . . . y/(x) ? ln c.x entonces: y/(x) .c.x n - x x 2 2 y'+xsen2y ' xe eos y Solution 2 y'+xsen 2y ' xe'x' eos2 y '> sec2 y.y'+2xtg y ' xe' x sea z ' tg v '> — 'sec1 xy.y reemplazando tienes J- + 2xz ' dy 'X z' e'i2xáx j J 2xdxXe'x'dx +c y'x [Jxdx +c] xe'x - x 1 por lo tanto: tg —— ce, á, á, a . 209) y'-2xy x eos x - 2x sen x, y - , Solución -f-2xdx f-2xdt v ' e J eJ (eosx-2x senx)dx (c) á .e (Je-x senx) - c > . x (e x senx) . x2 y x 3sen x s ce á sen x á -1 á 1 á , x->qo ' > c'0 , á: y' sen x 210) i j x y ' - y - sen V ' - eos V ' , á, x ->oo Solución , 1 senV'cosV . . . -----t-y-------------7--------- , á, 2v 2V _e-TJ7- f sen-x'cos-xy-e f ,l-V-± c á w' 1 i4 x J 2Vjc - e-J y - eos-Jx'c) - eos a/x c e ' á eos x á á -1 á 1, • , x-H -ao- >c - 0 á > - eos Vx 95 52. 211) ln 2 x 2senx (eos x -1) ln 2, и размерный, когда x -oo Решение и e- - la2<lx[j j= -= ln2dx2senx(c= o= sx= -l)ln= 2= dx+c]= y=exln2[je= -= xla22sebx(eos= x= -1)= ln= 2= dx= += 1]= y=exla2[j d= (e~x]n22ieax)+= c]= y=exln2(e~xln22senx += c)=> y s 2senx qexln2 как sen x варьируется от -1 до 1, кроме того, у связан, когда x ->'oo '> c'0 поэтому: >' s 2sen' 212) 2x2y'-xy x 2x cosx -3 sen x, y -> 0 , когда x ->-oo Решение 1 2xcosx-3senx и ------y s ------------ ---------- 2x 2x - f f f 2xcosx-3senx , y ' e J 2jt'j e и -------- ------------- dx Lnjr lnx - r-t- 2xeosx-3senx v ' e 2 - e 2 (--------------5--------)dx j 2x /- r sen x /'sen x sen x r' и 'J x (-jjY) c '> y 'Jx(-'jY'c)' - cV как сен x варьируется от -1 до 1 плюс у -' 0 , x ->'oo '> c' 0 96 : y - s , sen 2 x y senx - y eosx -------- — , y ->0, x -> oo x á . •c tg x.y - ---------, á, y ' e J ' e' (-r)q B3 x , j-qb . ln (senx)r lnsenjr-COSX y - e L J e (-Y-) - á: J x f dx i senxy ' senx'-J - c's > y ' - - csenx á sen x á á -1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á 1 á y - 0, x r'> c '0 á: y'senx (1-fx 2) ln (l x 2)y'-2xy 'ln(l Nox 2) - 2x aretgx , y - - - s x->-oo á dy 2x 1 2xarctf'c</lx[j> 2xarctf'c</lx[j> ,1 . 2x, No 27 - 2 ---------r ' d' d ' (xz)ln (l'x) 2) rf J (l'2)ln (l'j2W 1 2x.arctgx J 1'x2 (x2)ln (l no x2) 53. e ln (ln (ln(c))r f (--------------- 1--------1—------------ 2 x . r c tg y x c,j (l-2)ln (l q x -) (1) ln (1) ln (1) ln (1) ln (1) ln (1) ln (1) ln (1) ln (1) l) y s ln (l-2) f d (arctg-)) ,r arctgx , y 'ln (l' - ------- '1 ln (l) y ' arctgx' cln (l - 2) , y - - - - - - - - - - - - - - - ' f e dx'J' sen --e' eos -)dx q e' q e-e (-sen --e-eos-)dx q -2 - keJ d (e s eX cos-) ce6, y - x - x -oo x 1 - eos - c - c - c 2 - 1 'C ' 1 , ' ' 1 , ' 1 y ' e -heos - x 98 216) '-y ln x' -(l 21nx)x , y - 0, x-qo - f - ln.v f"'-lnjr'r y ' e J -1 eJ (l - 21nx)x dx - .exlDX-X - --xln (1 1 2 lnx)x Xdx'c y - --J - (1 1 2) x-2xdx'c x'jd (exjc-2x) -c -gt; x'e-(e'jc-2x q) y - x qxxe-x - y-0, x-oo -c x 0 En: y - x-x 99 54. ECUACIONES DIFERENCIALES EXACTA, 't' t r'e! M(x,y)dx -f N(x,y)y-dy s 0 ... (1) ' dM dN dy dx ... (2) 'u(x,y) s', 'u(x,y' c, ' P N (x, y)dy s jx0 Jy0 ... (3) '1', '1' 'u(x,y', 'u', 'u', ' (1) ' (4) 'u(x,y) ' . . . K1duA du.dM dN. ------ — uN - N - M - s (———— —)u dy dx ox oy oy oy oy: 100 - 'x dM dN du Then: - '0' 'gt; u (------------) ' N - dy dy dy du i M N du 1 dM dN J - - -) - (——-—— dx N x u N dy dy ln u' J f (F) x)dx 'u ' e' f'x)dx Segundo caso.- En: dU. . ,dM dN 't r du - '0, '(——————) ' - M - dy dx dv du q u dM dN du 1 dM dN ', J dedonde v' (1 7 q'Mv ' g (v)' mtegrand0 lnu ' g (y) y 'u' j' Ecuaciones SWdy. 217) x (2x2 - y 2) - (x2) 2y2)y'-0 M x (2x 2 - y 2) Решение dM dy dN dx s 2xy x 2xy Затем dM и dN dy dx уравнение точно 101 55. 218) df (x,y) df (x,y) » 3 f (x,y) такие как v. m и Sx 5v d/fo-jj. = x(2x2 + y2) integrando respecto a x. cfcc 4 2 2 f(x ,y) = j x (2x 2 + y 2)dx +g(y) = ^ + ~ - + g(v), derivando - x 2y +g '(y) = N entonces x2>y+ g'(v) —y(x +) 5v g '(^) = 2^3 => g(y) = + c , reemplazando en la función f(x ,y) = — +^—^ +— +c porlotanto: x* +x~ y 2 +y 2 2 2 (3x2 + 6xy2)dx+(6x 2y +4;y3)dy = 0 Solución m =3x2 +6xy2 [N = 6x 2y +4 y ì = 12xy d M _ dy 8N 10 — = 12xy . dx Luego = la ecuación es exacta dy dx df(x,v) , . df(x,y) Entonces 3 /(x , v) tal que — ^ - — =M y — = N y) _ 2x 1 +6xy2 integrando respecto a x. dx . 102 f (x , y) --V3 3x 2y 2 f (r(r) производные от y df (x,y) до 2 , r - ---- x 6x y g (y) - N dy 6x и g'((y) s 6x 2y No4 y3, затем g'(y) s 4j>3, затем g (>') и 4 q f (x,y) -x 3 и 3x2_y2 y 4 c поэтому: /. хз 3x2y 2 и 4 'k 2l9) < -= i=- r= += i= += i=)= *= +=> < -= t= ^= -= t= += j= -= -= 4=)= «= '= -= ('= v*= += x= y= 4*= += y= y= '= solución= x= 1= 1= m=■,— == += —+= —= ^= y= i= x_____= i_= __= ■yfx2t= y= 2= y= y= 1= xvdm= dy= (x2= += y= 2)3/2= y= 2= xy= t= dm= dn= 1= luego= ——=—- la= ecuación= es= exacta=> <7y dx= entonces= 3/(x ,_y)= tal= que= df{x'= y)=M y= q= b= g= é= .=n de= donde= ox= dy= âf(x,y)= _= x= 1= 1= 3x= vx2= += y= 2= *= .v= integrando= respecto= a= x= f(x,y)= f(= i—-----------_= += +=)= i= £= r= += g= (= _= y=)= —ifx-= +y= 2= +lnxh---------h= g(y),= derivando= j= r= += v¿= x= y= yj= vx2+= y2= *=>3/(x,y) - y '-g'(y) ' N 103 56. 220) sx2 и y 2 и r"CK) s 1 X r' ------ J 7 и 7 y g'(y) ? i. > g(y) ? lny c', замена в функции: f(x,y) s J x -y s s 'lnx' - йlny' c поэтому J x 2 й y 2 'ln xy'-'k v' y (3x2 tg y -'y -)d x (x2 sec2 y 4y3) 2/M 3x tg и ------— x 1 3 N x 3 sec2 и 4y3 h dM 2 2 6y ----- x 3x сек и ------ r-dy x dN , 2 2 6.v2 ---- x 3x sec и ------ и dx x Luego0 уравнение точное, так что уравнение является точным, так что уравнение является точным, так что : dy dx qf (> No2 <1>y) - 3x2 tg y - интеграция в отношении x. a' x3 f (x, y) s (3x 2t g - - -) d x s x3 tg y Ap - ------ x сек y - y - r (r) c СП ой x 3 2 3 x3 сек2 y - - r '(r) - X 3 сек2 и 4y3 - -y , то r ' (y) s 4y3 после этого g(y) и 4 q c , заменяя в функции: /(x, y) x 3 tgy - y y 4 c поэтому: x 3 3 4 V , x tgy - y . x 221) (2x + s 4) d x s x x x 2y xy2 Solution M x 2x + x 2 + v2 x 2y N - x 2 + y2 A-2 rW 1 1—++—r and x-dy d N ____l_ ax / + x 2 dM dN t Then ---------- the equation is exact, then: dy dx 3 / 0 , y) such that— s M y —-A/- from where ox d/(x,y) x 2 + y 2 . —---------- x 2x - - интеграция по отношению к x у вас есть: S x и / y s и f(x,y)- (2x' ---- ——)dx'g (y) x 2 -------- g(y), производные x и y и x 105 57. dy y x X 1 X 1</7y>f-g' (y) ? ---- ----------g g' (-) s 0 s > g(jy) s c á: j '2 v2 q f (x,y) x 2 á —- — c á: . V x 2 - V x x á ------- ---k x sen 2x sen2x x, . 222) (-------- - x)dx (y - -x-)dy s 0 y x sen 2x M x -------- x N s v - sen2 x Solution dM sen 2x dy á 1 dN 2 sen x. eos x sen2x dx a 2 dM dN A continuación, ----- x ------ . dy dx á 3 /(x , y) á, 'M y' - n ', 'dx dv d'(x, y) - sen 2x 5x - x '" x '" x" x', x sen 2x x x)'fr g (.y) - cos2x x . ---- — á g á y s s s á 2 o 2 dl s g< (y) s N dy 2y 2 106 223) - - q g W - --------— 2 o 2 eos 2x sen2 x ,, . sen2 - eos2 x sen2 x g (y) - --------- -------------- 5 - 2 2y2 2y2 8'(.v) ------r .> g(y) - q-- q, á á 2 v 2 2y /(x, v) - á á á > á > - t---COS X'Sen->> 2_y ± JC > 2 2 2 á 2 á 1 á 2 jc x 2 2 x 2 y i---- 1-----' fc 2 2y á: senx 2 x x x 2 y2 , . --------------- '---' k (''-'- 2x y - -)dx (Jl No x 2 x2 -nx)dy ' 0 Vl - 2 M ' - A ' 2xy - и Vi x x 2 x x x 2 - x x 2 - x SOLUTION SM x 2x- x - c / л x 2 до V x , я - - 7 x 2 x - vi x x 2 x dM DN , Затем ———————тестия является точной, то : dy йр 3 /(x , такие, что - s'- Af и телевизор, откуда, что dy 107 58. - X_V----1-2xy-интеграция по отношению к x у вас есть ' f (x , й) s y-jl x 2 x2y - y ln x r (r), производные (y) x' y) s-y/l x 2 x 2 -ln x g'(y) - N dy-Jl'-x 2 x 2 -ln x g'(y) s 0 x > g(y) s c замена в функции : /(x, y) s yV1' x 2 á 2y - 2y - y ln x q, á: y j l x 2 - x2v - y n x s k x xdx'ydy - xdy - vdx s- 2 . V2 á d (J x 2 - y 2) - rf (-) s 0 á é á á á v ' x 'd (s/x 2 - y 2) Jrf (-) ? •co sx -)dy x 0 r x y Solución 226) M s sen y - ysen x - x X x eos y - eos x - 7 dy dN_ dx eos y - sen x s cosy - senx dM dN , —— — — — á, : dy?k 3 /(x , y) á, á d'x' y) 'm 'S'J'l l'n 'n" dx dv df (x,y) 1 . Сен-и-сен-x - интеграция в отношении x. OX X f (x>y) - J (seny'y senx) g(y) x seny -y cosx'lnx'g(y) производные df(x,y) dy s x co sy -co sx g '(y) ? N x co sy -co sx '(y) > g(y) s lny q c á: f (x , y) x sen y - y eos x y c á sx s (xy) s á senxcos xv . , x ------------ -ax (------------- ----- seny) dy s 0 eos xyeos2 xy Solución 109 59. M ' y á x. eos xy eos xy N ' 2 eos xy - sen v -----' sec2 xy - 2xy sec2 xy. tg xy dy SN 2 á 2o - á xv 2xy xy. tg xy dx dM dN , ., . • -----' -----' dy dx 3 f(x,y) такой, что y - N откуда dx dy df (x, y) y sen x.eos xy dx eos2 xy интегрируя /(x,y) - J(ysec2xy - senx)dx g(y) - tgxy-cosx x,y) y) dy s xsec xy s g'(y) s N xsec2 xy g '(>>) s -----:- s seny eos2 xy g '(y) s sen >> '> g(.y) - eos y c замена в функции: f (je, y) s tg xy - eos x - eos y q c , поэтому: tg'y -c или sx -c -c s и s и s 228) s x x й 2-- dy s 0, _Ht -1 sx и y> X Solution 110 . dM dN , ——, dx df (X y) á á xos2 xy . dx á : eos xy f (x,y) ? J (js e c 2 xv á senx)/x g (y) ? tgxy -co sx sx g(y) á: s x, x seg xy s g'(y) s N 9 X x s xy s g' (y) s ---- ---- s s ---- —— sen y eos xy g,(j) s sen>; > g(y) -c á sy q c á á f(x, y) s tgxy-cosx-cos.y c , á: tg xy - eos x - eos y 'k n eos (nx q y)-m sen(wx ny) ? O 'dM M' ncos ('x' my) - msen (rax' ny) N 'mcos (hx' my) - nsen (wx'ny) dy dN dx 'nms'n'ix'my)-nmcos$nx'ny) s-wwsenfax-my)-nmcos-nxA- ny. 230) - - , á: dy dx 3 f(x,y) á, s M y - , á, n cos (nx) - w sen (mx'ny) á á , á cbc - n cos (nx) - w sen (mx'ny) ? J'n cos (mx) - m y)-m sen (ms ny) ? cos (nx á) - n sen (mx n'ny) á g' (y) - n dy m eos (nx - my) - n sen (mx - ny) 0'> á (nx -) - eos (mx ' 'y) c , á: sen (nx s wy) - eos (mx wy) ? k xdx qydv (1o). (yd x - xdy) ? O'o (x2'v2)(- x 2 - y 2) - J á 2 - x 2 -v'?'?' y2) l - x 2 - y 2) á j- xdx' ydy J (x 2 x y 2) (l- x 2 - y 2) á j v 2 - x -(q - r-) . (ydx- - xdy) ? 0 d ('x2' á 2) - ydx-xdy ' _x/v (ydx-xdy) -Ji-(x2 á y 2) y' Jy - V2 112 d (arcsem/x2 á 2) d (aresen-) á ' vd(-) á (arcsen J x 2 x y 2 fd (arcsen -) , x.o. x/yd (-) c J á J á aresen J x 2 á 2 - aresen - eJf'/< v c á 231) (-sen-------eos - 1)dv (- eos - --------- sen -'r-)dv's 0 y x 2 X X X v2 y y 2 ' á 1 x v y . m 1 X-sen----- Cos-1 ------— -sen - y x 2 x dy y y y 1 и X и 1 dN_ 1 X------ -sen--X X y 2 y 2 dx _sen y v v x2 1 y y y y y eos-h-sen-x x x x x x x x 1 y y - eos------- eos - s sen s v и x x v3 j 5M fflV как ———— уравнение точное, то: dy dx 3 f(x,y) таким образом, что 'M и d'' ' y) ' N откуда dx dy dx 1 X y - sen - y x 2 1 X y-sen—— - s и X2, J.x.и df (x,y) x x 1 и ------------ — 2 cen и cos-g (y) s Ndy y x 113 61. x x 1 y . 1 x 1 ---- - - s - g (v) ? -eos---------sy sen - -5- v2 V x x x v . V J'g'(y) - y g(y) - c замена в функции x и 1 f(x, y) - - eos - sen - x ---- q c , поэтому: y x и V-------- x 1 сен---- эос - s k 232) y (x2 й 2 й a2)dy'x (x2) y 2 - a 2)dx .0 Решение dM M x(x2 - y 2 - до 2) N s y (x 2 й y 2 q 2) dy dX s 2xy x 2xv dM dN . .. , затем -----) - уравнение точное, то: dv dx 3 f (x,y) такой, что S и N, откуда df (x,y) dx x (x2 y 2 - до 2) интеграции в отношении x у вас есть: f(x,y) s j x (x 2 - y2 - a 2)dx'g (y) - - y - y - gOO, производные df (x,.v) dy 'x 2y g'(y) ' N, то: x и g'(y) ? y (x2 - y2 q2) 114 y4 до 2v2 g'(y) y a2y '> g(.v) ? - с замена функции . x 4 x 2y 2x 2x 2 v4 до 2y 2 f (x,y) ? -------- ? 2y 2 - 2a 2x 2 - 2y 2 - k 233) (x 2 - y 2)dx-2xydy ti,<p(y2 -= x= 2)= m= -= x= 2= += y= 2= +1= n=-2xy dm= dy= dn= dx= sk=>n'lution' 2y'-2v, dM dN, затем ——— уравнение не является точным dy dx Sea's' N' и dy dx' - 2xy x 2dx u'e (x q y 2 l)dx- -dx -0 bone M - - - - - то: x 2 x 2 дм м.2y dy x 2 dM dN , такие как———————тестия точна, то: oy dx 115 62. 234) 3 f(x,y) такие, что io I' i'm откуда - - - l q - и интеграция dx x f (x ,y) x - ---------- - r (v) производные - - - - - g' (v) s N, то: x x dy x -?? L'g'(y) ? > g'(y) ? или .> g(y) .c замена в функции x и x2 1 .f(x, y) x - s -------- c , поэтому: x x и 2 - x 2'1 kx (- x 2y)dx'x (y - x)d y - 0, n ' <p(x). solución= m=- x= ly= u=x 2(y= -x=)= *-= *= 2= dy= dn= .= 2= —=2.W-3. V dx= dm= dm= ,= como= -—= *= -----= la= ecuación= no= es= exacta.= dy= dx= _= n= .= 1= .dm= dn= sea= f(= x=)=— (—= = —=)=2 n= dy= dx= x= '= (= y= -= x=)= x= (= y= -= x=)= ,= multiplicando= a= la= ecuación= diferencial= ...= ,= 2= ¡f(x)dx= 1= f(= x=)=— ==>y' eJ' - X X-j- (1- X2y)dx (y - x)dy ? 0 1 16 M - y - V x 2 ' > N 'y - x dM dN dM dy dN dx '-1' -1 как -----' ----- уравнение точное, затем dv dx 3 f(x,y) такой, что - m y s N откуда dx dv df (x,y) 1 dx x 2 y , интегрируясь по отношению к x у вас есть: f(x , y) - xy g(y), производные -x g' (y) s W x dv -'00 ' y - x g(y) и .> g (. V)-- c замена в функции 1 v /(x,y) s ---- -xy - ---------он, поэтому: x 2 xy2 - 2x 2y - 2 -k x 235) (3x2y) и 3)dx (x3 й3xy2)dy ? 0 Решение dM No 2 2 ----- x 3x 3v dy w dt ? 3x2'3 v2 117 63. w- 236) 118 как ® L'P1L уравнение точное, затем dy dx df (x,y) s 2y и 3 интегрируя по отношению к x у вас есть: dx f (x,y) x x 3y xy3 (y) производные x 3 q3xy- g'(y) ? N x 3 й 3y 2x g ' (y) x 3 zx после этого g'(y) s 0 '> g (y)-c заменяя.3 , 1..2 f(x,y) ? x3y xy3 c поэтому: /. x'y xy3 'k xdx qy d y x(xdy- ydx) ? 0 , u-j/(x 2 qy) Решение A данное уравнение написано следующим образом:</p(x).> </p(y2>- yx)dx (x 2 á y)dy s 0, á: M.x-yx U x 2 á dy dN dx - á ±,-L á. dy ' dx 2 2 dz -> dz ?v Sea z ' 'y '>' - > Sx dy u ' y/(x2 qy 2) ?> u '//(z) > lnu ln(z) 31nw 3 lnu dz - 31nw - - - s 2x-------- dx dz dx 31wnwdln . Slnw r - - - s 2y - , , á: dy dz dy dz dM dN xrdlnu dlnu ------------' ' N --------- M ------- dx dz - 3 x s (2x3' 2xy-2xy 2xy2) d (nu) dz 3, 2, 2x3 (lnw) d (lnu) 3 - - . (X - > - i - z 2 dz dz 2 zn 3 lnw - -lnz then u - rr r- s > u 2z 2 z 3/2 (j' j,)'2 (x-x$dx'(x'y)dy-q, á: x 2 - x x á 2 'y J ' T i ivv/T ' '----- TTrT' ®' r (x x / q y) j/ q 1 v . . . . n ' <p(x). solución de 119o 64.-m-x 2o +y-n-n--x-dm---d-8n___ i-.-dn-dn-,-como-----*- —. = 1= m= dn= 1= 2= sea= *=)=— (——= -r-)=— (l-(= -l))= -= n= dy= dx= x= x= u~-e= -= e= 2=>W'T x v 1 (x2)dx-xdy ' 0'> (1) - dy '0 X X dM 1 dy oc2 'J и Cbr' x 2 как '--уравнение точное, затем: dy dx 3 f(x,y) таким образом, что M и d' X' V-- s N откуда dx dy d /.. •dx x 2 f (x, y) - x - á (y), x x ----- '(y) - N, á: g'O0 ' -'> f'OO ' 0'> g(y) dy x x x 120 /((x,y) ? •: á: á: á - l s k 238) á y 2)dx-2xydy s 0 , ji s <p(x) solución á m-x +y- 2 [tv-2 xy- dm--r-2 -v-,a¡t-,a¡dm-dn-,-como——————————————————————-la-ecuación-no-es-5-5-,-1-,-1-,-1o,-1o,-dm-dn, 1o 2o mar- *-)— (a -- ------)- — 2o;2o-2o j)-n-dy-dx-2xy-x-f-f(*)d *' i't't'' u'eJ'e'' x'e (x'+'y')d*" -' 2xydy'0""" a 2 _2Z dM __2y_ dy x 2 dN - 2y x2dx - 2 dM dN , á ——————, •: dy dx 3 f(x,y) á, á 'M y' N' á dx dy á 121 65. df (x,y) 1 y '- dx x x интеграция по отношению к x у вас есть: f i и 2 v2 f(x, y) ? (- - -'r)dx á (y) ? x - - g(y) deving J x x 1 x dy x - g'(y)>- , á g(y) s c á x x y i f (x, y) - ln x - - - q, á: x ln x - y 'kx 239) (2x2y 2y'5)dx (2x3 2x)x x 0, n s cp(x) M x 2x2y No 2) No5 n x 2x 3 '2x dM solución dy dN_ dx x 2x 2 x 2 x 2 dM dN á ----- - á; •dy dx ri '.dM dN 1 2 á z - 2 á /(x) ' - (——— —)' - T------- (2x - 2 -6 x -2) ? N dy dx 2x2 No'2x - 4 x -2x 2x3'2x x 2 á 1 - r -2xdx u 'e' () 'e 2'1' e' (Jr No1>;, á w' - x x 2x y) 2y No5)dx (2x3 x2x)dy ' 0, á 122 j' - (2y (x 2 q1) 0 á 1 á (2y— ——)dx' 2xdy x 0, 2 1 x 2o N x 2 x 2 x 2 x 2 x dM dy dX x 2 x 2 á dN , -----</p(x)> </p(x).> уравнение точное, то: dy dx ctr ay df (x,y) 5 . ----------- c 2_v ------ интеграции в отношении x у вас есть: dx x 2 1 /(x , y) s 2yx 5arctg x йr (y) производные (x,y) dy s 2x g'(y) s N, то: 2x g'(y) s 2x' 0'> g'(y) ' c /(((x,y) s 2xy-5arctgx'c, таким образом: 2xy - 5arctg x - k 240) (x4 ln x-2xy3) <fe+3x2y></fe+3x2y> </p(x) solución= 123= 66.= m= 2= -----=-6jcv dy= dn= 2= —=6xy dx= dm= dn= como= -----*= —= la= ecuación= no= es= exacta.= dy= dx= m= ~= x= a= l= n= x= -= 2xy3= [= j= v=3 *= y= ,= 1= .dm= sn.= 1= ,= .= 2= x= 2x= 12xy= 4= 4= sea= f(x=)=— (——= —= (-6xy= -to= y=)==——= == —=>/()' - N dy dx 3x v 3x2v x x j/ M d x f--d' - O X-u ' e ' e ' e 4lnJr после этого w'r фактор интеграции. (x4 B x - 2xy)dx 3x 2y 2dy x 0, умножение на компонентный фактор -7-(x4 n x - 2xy)dx s - dy s 0 '> (lnx---) <!x; ic= += *= -= a= f= v=0 m=ln x= -= 2= jv=3 dm= 6y¿= 3y= x3= av= 6y2= 5«= x= 3= dm= dn= ,= com= o------=----- la= ecuación= es= exacta,= entonces:= dy= dx= 3= f(x,y)= tal= que= -= yf= y= —í= —1;2=¿V de= donde= dx= dy= af(x,y)= 2y3= .= ---------=—ln x= --------= integrando= respecto= a= x= se= tiene:= dx= x= 3= 2= v3= 3= f(x= ,y=)=l (ln= x= -= -~= --)dx= += g(y)=x ln= x= -= x= += +g(y)= derivando= j= x= x= 124= —= r= —=~ += g= (= y=)=N entonces:= -±= -+= g'(y)=J l= .=> g(y) s c -y X X d/(x ,y) 3 и 2 3V2 q v2 f(x , y) x n x x q, таким образом: jc3 (ln jc-l) и 3'kx2 241) (Senx'seny) как dy dx'e уютный 'бывший уютный уравнение <> </fr == 0,= n=></fr> </p(x) solución= [dm= m=jr+sen x+seny= n=cosy dy= dn= dx=eos y=0 dm= dn= ,= como= ——*= -----= la= ecuación= no= es= exacta.= dy= dx= '= ,= 1= .dm= dn,= co= sy= -0= sea= f(x=)=— (=_= _=)== l-------j=N dy= dx= eos= y= (xe*= += sen= x£x= += ex= eos= ydy=0 i= m=xex +sen= x= e= x= += sen= y.e= n=ex eos= y= dm= dn=>точно, то: dM dy dN' dy 3 f(x ,y) такой, что 8' ' y) 'A/ y 'w от где dx dy после этого u'e x 125 125</p(x)> </p(x)> ecuaciones diferenciales makarenko solucionario pdf. ecuaciones diferenciales makarenko solucionario. solucionario de makarenko ecuaciones diferenciales pdf. problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias makarenko solucionario. solucionario makarenko ecuaciones diferenciales gratis pdf. ecuaciones diferenciales solucionario de g. makarenko. solucionario ecuaciones diferenciales ordinarias makarenko pdf. ecuaciones diferenciales solucionario de g makarenko pdf