Matemática A - 10.º ano

Ano letivo 2019 - 2020

Ficha Formativa - Racionalização de denominadores

Racionalização de denominadores

1.º CASO: Denominador da forma $a\sqrt[n]{b}$, sendo a um número inteiro e sendo b e n números naturais, com $n > 1$.

- Para racionalizar o denominador da fração $\frac{2}{\sqrt{5}}$, podemos multiplicar o numerador e o denominador da fração por $\sqrt{5}$, de modo a obter, no denominador, $\sqrt{5^2}$ que é igual a 5.

  $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

- Para racionalizar o denominador da fração $\frac{2}{\sqrt[5]{2}}$, podemos multiplicar o numerador e o denominador da fração por $\sqrt[5]{2^4}$, , de modo a obter, no denominador, $\sqrt[5]{2^5}$, que é igual a 2.

  $\frac{2}{\sqrt[5]{2}} = \frac{2\sqrt[5]{2^4}}{\sqrt[5]{2}\times\sqrt[5]{2^4}} = \frac{2\times\sqrt[5]{2^4}}{\sqrt[5]{2^5}} = \frac{2\times\sqrt[5]{2^4}}{2} = \sqrt[5]{16}$

- Para racionalizar o denominador da fração $\frac{\sqrt{2}}{5\sqrt[3]{2}}$, podemos multiplicar o numerador e o denominador da fração por $\sqrt[3]{2^2}$, , de modo a obter, no denominador, $\sqrt[3]{2^3}$, que é igual a 2.

  $\frac{\sqrt{2}}{5\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt{2}\times\sqrt[3]{2^2}}{5\sqrt[3]{2}\times\sqrt[3]{2^2}} = \frac{\sqrt{2}\times\sqrt[3]{2^2}}{5\times\sqrt[3]{2^3}} = \frac{\sqrt[6]{2^3}\times\sqrt[6]{2^4}}{5\times 2} = \frac{\sqrt[6]{2^7}}{10} = \frac{\sqrt[6]{2^6\times 2}}{10} = \frac{2\times\sqrt[6]{2}}{10} = \frac{\sqrt[6]{2}}{5}$

2.º CASO: Denominador da forma $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$, sendo a e c números inteiros e sendo b e d números naturais.

Se $a\sqrt{b}+c\sqrt{d}$ se puder escrever na forma $k\sqrt{m}$, sendo k um número inteiro e m um número natural, a situação reduz-se ao primeiro caso; caso contrário, vamos multiplicar o numerador e o denominador da fração por $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$, pois:

$$(a\sqrt{b}+c\sqrt{d})\times(a\sqrt{b}-c\sqrt{d}) = (a\sqrt{b})^2 - (c\sqrt{d})^2 = a^2b - c^2d$$

Tem-se, então, por exemplo:

- $\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}\times(3\sqrt{2}+1)}{(3\sqrt{2}-1)\times(3\sqrt{2}+1)} = \frac{3\sqrt{2^2}+\sqrt{2}}{(3\sqrt{2})^2-1^1} = \frac{6+\sqrt{2}}{9\times 2-1} = \frac{6+\sqrt{2}}{17}$
- $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\times(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})\times(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2^2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{6}-2}{3-2} = \sqrt{6}-2$

1. Racionaliza o denominador de cada uma das seguintes frações.

   1.1 $\frac{5}{\sqrt{2}}$

   1.2 $\frac{2}{3\sqrt[3]{4}}$

   1.3 $\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

   1.4 $\frac{4}{3+2\sqrt{7}}$

   1.5 $\frac{1}{3\sqrt{8}+6\sqrt{2}}$

   1.6 $\frac{a}{\sqrt[3]{a^2}}$