

2021 计算机拔尖选拔—主观题（算法部分）

总分 40 分，答题时间 70 分钟

【如果不会，请直接写“放弃”，每题可得 2 分；写伪证误导阅卷老师，得 0 分甚至负分】

【友情提醒：算法题不是编程题，你不需要考虑语法细节，只要让阅卷人理解你的意思】

【算法-1】【20 分】假设你在玩一个闯关游戏。游戏共有 N 关，而你的目标是在尽可能少被罚分的条件下闯过所有的关卡，把游戏打通。游戏的每一关中，你有 K 个动作可以选择。如果你在第 L 关选择了第 I 个动作，那么你将被罚 $D(L, I)$ 分，而你通过此关的概率为 $P(L, I)$ 。假如你顺利通过了第 L 关，你将进入第 $L + 1$ 关。假如你没能通过第 L 关，则你将被送回第 1 关。请设计一个算法，帮助你找到玩此游戏的最佳策略（在最后通关时累积罚分的数学期望最小的策略）。算法的输入是所有的 $D(L, I)$ 和 $P(L, I)$ 数值，其输出是在每一关分别应该选择哪个动作。算法的时间复杂度上界必须是 N 和 K 的某个多项式。

【算法-2】【20 分】假设前 n 个自然数 $(1, 2, \dots, n)$ 被排成一排，其顺序未知。我们希望能够把它们全部排成顺序（从小到大）或者逆序（从大到小），随便哪一种都可以。但是，现在只允许使用一种操作：找出现有序列中的若干个连续的数，如果这些连续的数已经是顺序排列，那么我们可以把它们改为逆序；如果它们已经是逆序，则可以改为顺序。例如，当前的序列中如果有连续的四个数是 2、3、5、9，那么我们可以把它们改为 9、5、3、2；反之，倘若有连续的五个数是 10、9、4、3、1，那么我们可以把它们改为 1、3、4、9、10。而如果有三个连续的数是 9、10、7，我们就无法对它们进行操作。请设计一个算法，只使用以上允许的操作，就把这 n 个数全部排为顺序或者逆序。请分析你的算法在最坏情况下至多会使用多少次操作——我们希望这个次数越少越好。你的分析在数学上必须是严格的。

【设计的算法在最坏情况下操作次数越少，得分越高】